Pädagogische
Hochschule Ludwigsburg
Fakultät für Sonderpädagogik Reutlingen

Oechsle, Ulrike

Mathematische Vorläuferfähigkeiten am Ende der Kindergartenzeit - Diagnose anhand des *„Freiburger Screenings“* ein halbes Jahr vor Schuleintritt in Regelkindergärten mit dem Förderschwerpunkt *„geistige Entwicklung“*

http://opus.bsz-bw.de/hsrt/

Inhaltsverzeichnis:

1. Einleitung

„Wir sind umgeben von Mathematik. (…) Auch für Vorschulkinder ist eine Welt ohne Zahlen nicht denkbar. (…). So kann man bereits zum Schulanfang Kinder antreffen, die weit über 100 zählen können, (…): andererseits gibt es immer wieder auch Kinder, die zum Schulanfang im wahrsten Sinne des Wortes nicht bis 3 zählen können“ (GRASSMANN 2002, 3).

Das Eingangszitat von GRASSMANN wie auch Interviews mit Lehrern[1], die im Anfangsunterricht Mathematik unterrichten, machen deutlich, dass die *‚Schere'* zwischen den mathematischen Kenntnissen der einzelnen Schulanfänger immer weiter auseinander geht: Einige Kinder kommen offenbar mit zunehmend größerem mathematischen (Vor-)Wissen in die Schule, andere hingegen verfügen kaum über die banalsten mathematischen Vorkenntnisse (z. B. Zählen bis drei). Aus dieser überblickartigen Feststellung kann jedoch nur schwer abgeleitet werden, was einen zukünftigen Lehrer im Anfangsunterricht tatsächlich erwartet. Deshalb soll im Rahmen dieser *‚wissenschaftlichen Hausarbeit'* genauer der Frage nachgegangen werden, über welche mathematischen Vorläuferfertigkeiten Kinder am Ende ihrer Kindergartenzeit verfügen. Insbesondere soll der Fokus auch auf die mathematischen Vorläuferfertigkeiten von Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* gerichtet werden.

Ausgehend von den Thesen, dass

- einerseits die mathematischen Vorläuferfertigkeiten bereits ein halbes Jahr vor Schuleintritt erfasst werden können und diese eine gute Vorhersagekraft für die gesamte Grundschulzeit (vgl. KRAJEWSKI, SCHNEIDER 2006) und sogar darüber hinaus (vgl. MOSER-OPITZ 2007, zit. n. KRAJEWSKI et al. 2009, 28) haben und
- andererseits davon ausgegangen wird, dass mangelnde mathematische Vorläuferfertigkeiten im letzten Kindergartenhalbjahr erfolgreich gefördert werden können (vgl. KRAJEWSKI et al. 2008a),

werden im Rahmen dieser Arbeit die mathematischen Vorläuferfertigkeiten etwa ein halbes Jahr vor Schuleintritt anhand des *‚Freiburger Screenings'* (vgl. GERSTER, SCHULTZ 2010a) erhoben. Dieses Screening wurde von den sog. *‚Lernberaterinnen'* der Pädagogischen Hochschule Freiburg entwickelt und befindet sich derzeit noch in einer Erprobungsphase. Daher ist bisher nicht klar, ob es überhaupt für Kinder mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* geeignet bzw. mit ihnen durchführbar ist. Dies soll im Rahmen dieser Arbeit getestet werden. Zudem soll außer der Bestandsaufnahme der mathematischen Vorläuferfertigkeiten auch ein Vergleich zwischen den Kenntnissen von Vorschülern aus Regelkindergärten sowie von Vorschülern aus Schulkindergärten mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* angestellt werden.

[1] Um der besseren Lesbarkeit zu dienen, wird in dieser Arbeit meist die männliche Form benutzt. Dies stellt keinerlei Wertung dar.

Um diesen Fragestellungen nachzugehen, soll vor der praktischen Durchführung zunächst das theoretische Hintergrundwissen dargelegt werden. Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut:

In ***Kapitel zwei*** soll zuerst der Begriff *‚mathematische Vorläuferfertigkeiten'* definiert werden. Diese Begriffsbestimmung stellt die Basis für die nachfolgenden Ausführungen dar. Danach wird auf die Entwicklung mathematischer Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter eingegangen. Dazu wird zunächst auf entwicklungspsychologische Ansätze Bezug genommen: Nach der Betrachtung des traditionellen Zahlbegriffs nach Piaget werden aktuellere Ansätze u.a. nach Resnick und Fuson in den Mittelpunkt gerückt. Danach sollen zwei aktuelle, aber doch unterschiedliche Entwicklungsmodelle dargelegt und gegenüber gestellt werden. Abschließend wird im Vergleich dazu auf ein kognitiv-neuropsychologisches Modell eingegangen.

Basierend auf den Kenntnissen über die Entwicklung der mathematischen Vorläuferfertigkeiten wird in ***Kapitel drei*** zunächst das *‚tatsächliche'* Vorwissen von Schulanfängern dargestellt. Dazu werden Ergebnisse aus mehreren Studien herangezogen, die in den letzten zehn Jahren durchgeführt wurden. Darauf aufbauend soll der Frage nachgegangen werden, welche Kompetenzen ausschließlich für den Erwerb von mathematischem Wissen bedeutsam sind. Diese werden von Vorläuferfertigkeiten, die allgemein die Schulleistungen beeinflussen, abgrenzt. Abschließend soll gezeigt werden, dass die meisten Kinder, die während der Grundschulzeit eine *‚Rechenschwäche'* entwickeln, bereits vor Schulbeginn aufgrund von Defiziten in den mathematischen Vorläuferfertigkeiten erkannt werden können.

Um gefährdete Kinder möglichst frühzeitig als *‚Risikokinder'* zu identifizieren, sind diagnostische Verfahren notwendig. In ***Kapitel vier*** wird eine Auswahl davon kurz vorgestellt.

Eine frühzeitige Diagnostik ist aber nur dann sinnvoll, wenn sich daran eine gezielte Förderung anschließt. Da hierfür inzwischen diverse Materialien verfügbar sind, sollen in ***Kapitel fünf*** vorab Kriterien dargelegt werden, die einer mathematischen Frühförderung zugrunde liegen sollten, ehe danach einige Förderprogramme vorgestellt und kritisch bewertet werden.

Damit soll der theoretische Teil abgeschlossen und zum praktischen übergegangen werden. Wie bereits erwähnt, werden im Praxisteil die mathematischen Vorläuferfertigkeiten von Kindergartenkindern etwa ein halbes Jahr vor Schuleintritt erhoben. In ***Kapitel sechs*** wird zunächst das dazu verwendete Testverfahren, das *‚Freiburger Screening'*, die Stichprobe sowie die Durchführung des Testverfahrens vorgestellt. Daran schließt sich die Auswertung sowie eine Gegenüberstellung der Untersuchungsergebnisse der Vorschüler aus Regelkindergärten und der Vorschüler mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* an. Zudem wird auf Arbeitshypothesen, die zu Beginn des Kapitels formuliert wurden, Bezug genommen. Abschließend sollen für einzelne *‚auffällige'* Kinder einige Fördervorschläge entwickelt werden.

Nach der Zusammenfassung der Untersuchungsergebnisse wird in ***Kapitel sieben*** ein Ausblick auf weiteren Forschungsbedarf gegeben.

2. Psychologische Ansätze zur Entwicklung mathematischer Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter

Um zunächst eine begriffliche Basis zu schaffen, soll vorab die Bezeichnung *‚mathematische Vorläuferfertigkeiten'* definiert werden: Angelehnt an KRAJEWSKI und SCHNEIDER (2006) werden im Rahmen dieser Arbeit damit die Fertigkeiten bezeichnet, die als Voraussetzung für ein wahres mathematisches Verständnis im Bereich der Arithmetik angesehen werden und bereits im Vorschulalter erworben, aber auch gefördert werden können. Andere Autoren verwenden hierfür Begriffe wie beispielsweise *„mathematisches Vorwissen"* (WEISSHAUPT et al. 2006) oder *„arithmetische Vorkenntnisse"* (KAUFMANN 2003).

Was Kinder im Vorschulalter im Bereich der Arithmetik lernen sollen, aber auch überhaupt lernen können, ist bisher nicht eindeutig geklärt. *„Für den Erwerb des Zahlbegriffs als – ein basales Wissenskonzept der mathematischen Kompetenzen – wurden über die Zeit verschiedene Vorläuferfertigkeiten angenommen"* (WERNER 2009, 111). Um die Entwicklung dieser Vorläuferfertigkeiten soll es in diesem Kapitel gehen. Zunächst wird die traditionelle entwicklungspsychologische Theorie zum Erwerb des Zahlbegriffs nach PIAGET vorgestellt, bevor auf neuere entwicklungspsychologische Ansätze eingegangen wird. Danach werden zwei Modelle zur Entwicklung mathematischer Vorläuferfertigkeiten vorgestellt und miteinander verglichen. Abschließend soll den dargestellten entwicklungspsychologischen Ansätzen ein kognitiv-neuropsychologisches Modell, das *‚Triple-Code-Modell'* nach DEHAENE, gegenübergestellt werden (vgl. ebd., 110f.).

2.1 Entwicklungspsychologische Ansätze

Die Entwicklungspsychologie beschäftigt sich mit verschiedenen menschlichen Entwicklungsverläufen. Sie stellt Theorien dazu auf, wie sich bestimmte Kompetenzen und Fähigkeitsbereiche im Laufe der Zeit entwickeln und verändern. Dazu gehören auch die Entwicklung der numerischen Kompetenzen und die des mathematischen Verständnisses (vgl. KRAJEWSKI 2003, 33).

2.1.1 Die Entwicklung des Zahlbegriffs nach Piaget

Die klassischen Ansätze des *‚Empirismus',* beispielsweise nach LOCKE (vgl. HANDERER o.J., 2), gingen davon aus, dass ein Kind ohne irgendein Wissen, als *‚tabula rasa'*, auf die Welt kommt. Diesen Ansätzen zufolge erwirbt das Kind Wissen und Erkenntnis allein durch Sinneserfahrungen. Abstrakte Gedanken werden erst möglich, wenn das Kind bereits die Sprache erlernt hat (vgl. KRAJEWSKI 2003, 33). Diesen Ansätzen steht PIAGETS *‚Theorie der geistigen Entwicklung'* gegenüber, mit der er ab ca. 1920 (vgl. GINSBURG, OPPER 2004, 9) eine radikale Wende im Denken der Entwicklungspsychologie einleitete (vgl. KRAJEWSKI 2003, 33).

➢ *Piagets ‚Theorie der geistigen Entwicklung'*

Piaget (vgl. Ginsburg, Opper 2004) schreibt dem Individuum eine aktive Rolle bei der Aneignung von Wissen zu und sieht das handelnde Subjekt als Ausgangspunkt eines jeden Lernprozesses. Nach Piaget verfügen Neugeborene - neben elementaren Möglichkeiten in der Wahrnehmung und Motorik - auch über grundlegende Lernmechanismen. Zudem sind seiner Ansicht nach Erfahrungen schon vor dem Erlernen der Sprache möglich. Neue Erfahrungen werden mit bereits bestehenden geistigen Strukturen verknüpft: Widersprüche werden durch Anpassung an bisherige Anschauungen gelöst (Assimilation) oder bisherige Konzepte so umorganisiert, dass die Theorie von nun an zu dem neu Wahrgenommenen passt (Akkomodation).

Dennoch ist die Denkentwicklung nach Piaget nicht nur von den Aktivitäten des Individuums abhängig. Vielmehr beschreibt er den Entwicklungsverlauf in vier Stufen, die von folgenden Faktoren bestimmt werden: Reifung, Erfahrung, soziale Vermittlung und Äquilibration[2] (vgl. ebd., 272-298). Damit unterliegen Lernprozesse auch globalen, altersbedingten Einschränkungen und können von Außenstehenden allenfalls arrangiert und begünstigt, aber nicht gesteuert werden (vgl. Kaufmann 2003, 18).

Laut Inhelder (1943/1963, zit. n. Ezawa 1996, 23f.) ist diese Entwicklung auch bei geistig behinderten Kindern zu beobachten. Allerdings bleiben bei ihnen häufig höhere kognitive Organisationsformen aus. Insgesamt ist ihre Entwicklung oft verlangsamt und gekennzeichnet durch weniger mobiles Denken, Orientierung an praktischen Ergebnissen und Beeinträchtigungen durch Persevationen.

➢ *Die ‚Theorie der geistigen Entwicklung' bezogen auf die Zahlbegriffsentwicklung*

Nach Piaget (o.J., zit. n. Krajewski 2003, 39) ist ein umfassender Zahlbegriff, die Voraussetzung für das Verständnis natürlicher Zahlen und sämtlicher mathematischer Operationen.

Die Entwicklung dieses Zahlbegriffs ist Piaget zufolge in die allgemeine kognitive Entwicklung eingebettet und lässt sich dadurch mit seiner *‚Theorie der geistigen Entwicklung'* erklären: Kinder kommen ohne irgendeine Vorstellung für (An-)Zahlen auf die Welt. Der Zahlbegriff bildet sich erst im Laufe der kindlichen Entwicklung in der Interaktion zwischen dem Kind und seiner Umwelt, durch die Verinnerlichung von logisch-mathematischen Gesetzmäßigkeiten, im Geiste des Kindes heraus (vgl. ebd., 34).

Die Entwicklung des Zahlbegriffs spiegelt sich laut Piaget im Verständnis der ***Zahlinvarianz***[3] wider, da durch sie die inneren Gesetze von Zahlen erkannt und verstanden werden können.

[2] **Äquilibration**: *„Die sich selbst regulierenden Prozesse des Kindes, aufgrund derer es von Entwicklungsstadium zu Entwicklungsstadium zunehmend höhere und bessere Formen des Gleichgewichts erreicht. Der Äquilibrationsprozeß ist die Grundlage des geistigen Wachstums"* (Ginsburg, Opper 2004, 283).

[3] **Invarianz**: *„Einsicht, dass sich die Anzahl der Elemente einer Menge nicht ändert, wenn man deren räumliche Ausdehnung ändert*" (Krajewski 2003, 34).

Zwei Fähigkeiten, die das Verständnis der Zahlinvarianz maßgeblich beeinflussen, sind die Kompetenz zur ***Klasseninklusion***[4] und zur ***Seriation***[5]. Aus der Klasseninklusion leitet PIAGET den kardinalen und aus der Seriation den ordinalen Zahlaspekt ab. Durch die Verschmelzung dieser sich synchron entwickelnden Zahlaspekte kommt es zum Verständnis der Zahlinvarianz. Damit ist nach PIAGET frühestens mit einem Alter von sechs bis sieben Jahren zu rechnen (vgl. ebd., 34-39).

Entgegen neuerer Ansätze ist das Zählen, insbesondere das Aufsagen der Zahlwortreihe, nach PIAGET (vgl. PIAGET, SZEMINSKA 1975, 47) ausschließlich eine Reproduktion von eingeübten Worthülsen und für den Zahlbegriff unrelevant. Demnach entwickelt sich das *'wahre'* Zählen erst aufbauend auf dem Zahlbegriff und erste Additions- und Subtraktionsaufgaben sind frühestens ab einem Alter von sechs bis sieben Jahren möglich (vgl. KRAJEWSKI 2003, 39).

➢ ***Kritik an PIAGETS entwicklungspsychologischem Ansatz***

Generell wird PIAGETS *'Theorie der geistigen Entwicklung'* heute stark kritisiert und einige seiner Ergebnisse gelten inzwischen sogar als widerlegt. Die Hauptkritikpunkte sind dabei: Seine Forschungsmethode, seine unklaren sprachlichen Anforderungen vor allem bei Aufgaben zur Klasseninklusion und Invarianz, der fehlende Bezug seiner Untersuchungssituationen zur Lebenswelt der Kinder, sein homogenes Stufenkonzept und insgesamt sein Verständnis von Entwicklung und Lernen (vgl. MOSER OPITZ 2008, 42-47).

Diese genannten Kritikpunkte lassen sich auch auf die Entwicklung des Zahlbegriffs übertragen. Insbesondere wird die Bedeutung von Invarianzaufgaben in Frage gestellt und überlegt, ob für die Zahlbegriffsentwicklung nicht ganz andere Faktoren eine wichtige Rolle spielen könnten (vgl. ebd., 47-58).

Doch trotz aller Kritik wird heute noch die Ansicht vertreten, dass Kinder für einen Umgang mit Zahlen vor allem eine *'Welt mit Zahlen'* benötigen, in der sie ihre *'Denkwerkzeuge'* anwenden und weiterentwickeln können. Daher finden sich Elemente von PIAGETS Theorie auch noch in neueren Theorien zur Entwicklung des Zahlbegriffs (vgl. ebd., 62).

[4] **Klasseninklusion**: *„Zuordnen einer Teilklasse in eine Gesamtklasse"* (KRAJEWSKI 2005a, 152). Voraussetzung dafür ist die Fähigkeit zur **Klassifikation**: Objekte können nach einem (oder mehrerer) Merkmal(e) geordnet und zusammengefasst werden.

[5] **Seriation**: *„Elemente nach zunehmender oder abnehmender Größe ordnen"* (ebd. 152).

2.1.2 Neuere Theorien zur Entwicklung des Zahlbegriffs

Ausgehend von der Kritik an PIAGETS Theorie zur Entwicklung des Zahlbegriffs (vgl. 2.1.1) wurden ab etwa 1980 neuere Theorien entwickelt. Diese unterstellen, dass einige numerische Fähigkeiten bereits angeboren sind. Gleichzeitig wird den schon im Vorschulalter entwickelnden Zählfertigkeiten eine bedeutende Rolle zugesprochen. Schulanfänger sind somit keine *'zahlunwissenden Wesen'* mehr, für die sie PIAGET hielt, sondern sie verfügen vielmehr schon über eine Fülle an mathematischen Kompetenzen (vgl. KRAJEWSKI et al. 2009, 19f.).

Wichtige Beiträge zu diesen neueren Theorien haben u.a. GELMAN und GALLISTEL (1978, zit. n. MOSER OPITZ 2008, 68), FUSON (1988, zit. n. ebd., 86) sowie RESNICK (1989) geliefert. Im Folgenden soll zunächst auf die Entwicklung von Mengenkonzepten eingegangen werden, bevor der Fokus auf die Entwicklung der Zählfertigkeiten gerichtet wird.

2.1.2.1 Die Entwicklung von Mengenkonzepten

Zu Beginn der 1980er Jahre gingen mehrere Forscher, angeführt von einem Arbeitskreis um STARKEY, der Frage nach, ob nicht schon bei Kleinkindern numerisches Wissen vorhanden sei (vgl. KRAJEWSKI et al. 2009, 19). Besonders waren sie an der Frage interessiert, ob Mengenwissen an die Fähigkeit der Sprache gebunden ist bzw. wenn dies nicht der Fall sein sollte, ob es dann auch schon bei Säuglingen vorhanden ist, noch bevor diese die Zahlwortreihe aufsagen und zählen können (vgl. KRAJEWSKI 2003, 43). In mehreren Untersuchungen konnte nachgewiesen werden, dass bereits Kleinkinder über ein gewisses Mengenwissen (Sensitivität für Anzahlen sowie Beurteilung von Mengenveränderungen) verfügen (vgl. WEISSHAUPT, PEUCKER 2009, 52).

➢ ***Kenntnisse über Mengen im Baby- und Kleinkindalter***

Von dem oben bereits erwähnten Mengenwissen wurde zunächst die ***Sensitivität für Anzahlen*** untersucht. STARKEY und COOPER (1980, zit. n. KRAJEWSKI 2003, 44f.) wollten herausfinden, ob Babys im Alter von 16 bis 30 Wochen, genauso wie Helligkeitsunterschiede, auch verschiedene Anzahlen (zwei und drei bzw. vier und sechs) unterscheiden können und somit einen angeborenen *'Zahlensinn'* haben. Da in diesem Alter noch keine sprachlichen Äußerungen möglich sind, war eine besondere Forschungsmethode nötig. Als geeignet haben sich Habituierungsexperimente erwiesen. Sie beruhen auf der Annahme, dass Babys etwas eine kürzere Zeit anschauen, wenn sie es bereits kennen bzw. sich daran gewöhnt haben. STARKEY und COOPER konnten damit herausfinden, dass Babys in diesem Alter ohne Probleme zwischen zwei und drei, aber noch nicht zwischen vier und sechs differenzieren können. Eine Unterscheidung aufgrund physikalischer Eigenschaften (z. B. Helligkeit, Dichte) konnte ausgeschlossen werden, da 2:3 flächenmäßig dasselbe Verhältnis wie 4:6 darstellt. Vielmehr deuteten sie ihre Befunde als Indiz für eine Sensitivität gegenüber (kleiner) Anzahlen. Diese Ergebnisse konnten u.a. von ANTELL und KEATING (1983, zit. n. ebd., 45f.) repliziert werden.

Darauf aufbauend sollte die Frage geklärt werden, ob die Fähigkeit der Sensitivität für Anzahlen auf die visuelle Wahrnehmung beschränkt ist oder ob diese auf einen abstrakten Zahlbegriff schließen lässt. Um dies zu untersuchen, wurden die visuell dargebotenen Anzahlen mit akustischen Reizen gekoppelt. STARKEY, SPELKE und GELMAN (1990, zit. n. ebd., 46f.) konnten zeigen, dass auch Anzahlen verschiedener physikalischer Reize verglichen werden können.

Im Gegensatz dazu scheint es jedoch, dass sich die Wahrnehmung von Zahlbeziehungen erst später herausbildet. COOPER (1984, zit. n. ebd., 48f.) konnte zeigen, dass Babys im Alter von sechs bis sieben Monaten in diesem Bereich nur schlecht zu habituieren sind und etwas ältere Babys (zehn bis zwölf Monate) zwar zwischen *'gleich'* und *'verschieden'* unterscheiden können, das Wahrnehmen einer Beziehung (z. B. *'größer als'*) ihnen jedoch noch nicht möglich ist.

WYNN (1992, zit. n. ebd., 49ff.) ging anschließend noch einen Schritt weiter und konnte zeigen, dass Kinder im Alter von sechs Monaten bereits sensibel für die ***Veränderung von diskreten Mengen*** sind (verwendete Aufgaben: 1+1 bzw. 2-1) und somit, ihrer Ansicht nach, schon primitive Vorstellungen vom Addieren und Subtrahieren besitzen.

Trotz dieser zahlreichen Untersuchungen kommen in neueren Studien immer wieder Zweifel auf, ob hinter den nachgewiesenen Fähigkeiten wirklich ein abstraktes Zahlkonzept steckt. Verschiedene Forscher (u.a. CLEARFIELD und MIX (1999, zit. n. KRAJEWSKI 2005b, 50), SIMON, HESPOS und ROCHAT (1995, zit. n. ebd., 50) sind der Ansicht, dass das gezeigte *'arithmetische Konzept'* doch physikalisch erklärbar ist: Bei den beschriebenen Fähigkeiten handele es sich nicht um eine Wahrnehmung von diskreten Mengen, sondern vielmehr um eine Wahrnehmung der Veränderung kontinuierlicher Mengen, die mit intuitivem Wissen um physikalische Gesetzmäßigkeiten erklärbar sei.

Aber auch wenn der angeborene *'Zahlensinn'* heute wieder in Frage gestellt wird, sind die meisten Forscher, im Gegensatz zu PIAGET (vgl. 2.1.1) der Ansicht, dass zumindest ein nicht an Sprache gebundener Mechanismus zur Erfassung von Quantitäten, das sog. *'Subitizing'*, das im Folgenden kurz erläutert werden soll, angeboren ist (vgl. KRAJEWSKI 2003, 58).

➢ ***Subitizing***

Unter Subitizing versteht man die Fähigkeit, kleine Mengen (in der Regel bis zu vier, maximal fünf Objekten), bei zufälliger Anordnung, direkt auf einen Blick (Darbietungszeit: eine Sekunde) erfassen und unterscheiden zu können. Subitizing ist trainierbar (vgl. GERSTER, SCHULTZ 2004, 334f.) und meist sogar *'rechenschwachen'* Kindern möglich. Generelle Ausfälle im Bereich des Subitizings sind deshalb eher als umfangreiche Beeinträchtigung, wie etwa eine geistige Behinderung, anzusehen (vgl. KRAJEWSKI 2005a, 161f.).

Zur Überprüfung dieser Fähigkeit hat Weichbrodt (1994, zit. n. GERSTER, SCHULTZ 2004, 335) die sog. *‚Blitz-Blicke'* entwickelt, auf welche im Rahmen des *‚Freiburger Screenings'* in Kapitel sechs noch näher eingegangen wird.

Bei größeren Mengen ist Subitizing nicht mehr möglich. Ersichtlich wird dies daran, dass die Zeit, die zur Erfassung von größeren Mengen notwendig ist, mit jedem weiteren Element kontinuierlich zunimmt. Allerdings ist zu beachten, dass bei Mengen, die nur geringfügig größer als vier sind, nur unbedeutend längere Beobachtungszeiten auftreten. Dies gilt als Hinweis, dass es eine Art *‚Quasisimultanerfassung'* gibt, die größere Mengen in mehrere simultan erfassbare Teilmengen unterteilt. Bei deutlich größeren Mengen als vier hingegen kann davon ausgegangen werden, dass diese ausgezählt werden müssen. Erwachsene benötigen hierfür im Vergleich zu Kindern deutlich weniger Zeit, was als Anzeichen dafür gesehen werden kann, dass Erwachsene schneller zählen können (vgl. WEISSHAUPT, PEUCKER 2009, 55f.).

WYNN (1995, zit. n. MOSER OPITZ 2008, 73f.) ist der Ansicht, dass Säuglingen die Fähigkeit des Subitizings angeboren ist und es sich dabei bereits um numerisches Wissen handelt. GALLISTEL und GELMAN (1992, zit. n. KRAJEWSKI 2003, 55) hingegen beschreiben es als einen schnellen Aufzählprozess, der durch im Gehirn verankerte Zählmechanismen gesteuert wird. Insgesamt wurde der Fähigkeit des Subitizings lange kein besonderer Stellenwert zugesprochen. Erst in letzter Zeit hat die Mathematikdidaktik seine Bedeutung für die Entwicklung eines umfassenden Zahlbegriffs erkannt. Insbesondere die Fähigkeit, strukturiert dargestellte Mengen quasi-simultan zu erfassen, ist für das Verständnis von strukturierten Arbeitsmitteln und für die Entwicklung von Rechenstrategien äußerst wichtig (vgl. KLEWITZ et al. 2008, 16f.).

➢ ***Mengenwissen nach RESNICK***

Neben dem bisher beschriebenen vorsprachlichen Mengenwissen werden nach RESNICK (1989) mit dem Einsetzen der Sprache zwei zusätzliche Wissensarten zugänglich. Zum einen erwerben die Kinder eine Vielzahl an protoquantitativen Begriffen wie *‚viel'* und *‚wenig'*, mit denen sie Mengen unpräzise beschreiben können (vgl. KRAJEWSKI 2005b, 52). Zum anderen können sie mit verständnisvollem Zählen auf dem *‚mentalen Zahlenstrahl'* die Anzahl von Mengen exakt bestimmen (vgl. GERSTER, SCHULTZ 2004, 75). In der Verknüpfung dieser beiden Wissensarten sieht RESNICK die Grundlage für den Erwerb eines tragfähigen Zahlverständnisses. Ein echtes Zahlkonzept kann demnach erst dann erlangt werden, wenn die Kinder die Sprache erworben haben und die ersten Mengenkonzepte mit den Zählzahlen vereinigt sind (vgl. KRAJEWSKI 2005b, 52).

Bevor in Abschnitt 2.1.2.2 die Entwicklung der Zählfertigkeiten ausführlicher dargestellt wird, soll zunächst auf die Entwicklung der an Sprache gebundenen Mengenkonzepte eingegangen werden, mit der sich RESNICK (1989) ausführlich beschäftigt hat. RESNICK ist der Ansicht, dass für den Erwerb von Mengenkonzepten drei protoquantitative Schemata entscheidend sind. Sie spricht von *‚protoquantitativ'*, da die Urteile der Kinder hierbei noch nicht auf exakter numerischer Quantifikation beruhen. Auf diese protoquantitative Schemata soll im Folgenden näher eingegangen werden:

1. ***Protoquantitatives Vergleichsschema (comparison schema)***: Kinder sind ab dem zweiten Lebensjahr in der Lage, ohne exakte Anzahlbestimmung zwei Mengen zu vergleichen und zu bestimmen, ob sie sich unterscheiden bzw. welche der Mengen mehr und welche weniger Elemente umfasst. Vermutlich erwerben Kinder das protoquantitative Vergleichsschema zunächst im Zahlenraum, der sich simultan erfassen lässt. Danach kann es auf immer größere Zahlbereiche übertragen werden.
2. ***Protoquantitatives Zunahme-Abnahme-Schema (increase/decrease schema)***: Ab etwa drei Jahren haben Kinder ein Verständnis dafür, dass sich die Gesamtanzahl einer Menge erhöht bzw. verringert, wenn zu einer bestehenden Menge weitere Elemente hinzu kommen bzw. Elemente hiervon weggenommen werden.
3. ***Protoquantitatives Teile-Ganze-Schema (part-whole schema)***: Basierend auf eigenen Erfahrungen (z. B. ein Kind gibt einen Teil seiner Bonbons an einen Freund) erlangen Kinder mit etwa vier Jahre langsam ein Verständnis dafür, dass sich eine Gesamtmenge auf verschiedene Weise in Teilmengen zerlegen lässt, ohne dass sich die Gesamtmenge ändert: Wird von einer der Teilmengen etwas weggenommen und zu der anderen Teilmenge hinzugefügt, verändert sich die Gesamtmenge nicht (Kompensation). Wird einer Teilmenge etwas hinzugefügt, wird die Gesamtmenge entsprechend mehr, und wird von einer Teilmenge hingegen etwas weggenommen, wird die Gesamtmenge weniger (Kovarianz) (vgl. Gerster, Schultz 2004, 74f., 339ff.).

Insgesamt wird daran ersichtlich, dass Kinder auch nach Resnick schon viel früher Einsicht in Mengen erwerben, als dies bei Piagets Zahlinvarianzkonzept (vgl. 2.1.1) der Fall ist.

Der Erwerb des protoquantitativen Teile-Ganze-Schemas und seine Anwendung auf quantitative Situationen, was ein Verständnis für Anzahlen voraussetzt, ist laut Resnick (1989) und vielen anderen Autoren (u.a. Gerster (2003, zit. n. Werner 2009, 113), Krajewski (2003)) ein entscheidender Schritt in der Entwicklung des mathematischen Verständnisses (vgl. Werner 2009, 113). Resnick bringt dies im folgenden Zitat deutlich zum Ausdruck:

> *„Probably the major conceptual achievement of the early school years is the interpretation of numbers in terms of part and whole relationships“ (Resnick 1983 zit. n. Krajewski et al. 2009, 22).*

Das *‚Teile-Ganze-Konzept'* ist Voraussetzung für einen flexiblen Umgang mit Zahlen (vgl. Grüssing 2006, 129) sowie für nicht zählende Rechenstrategien, das Verstehen von mathematischen Sachsituationen und des Stellenwertverständnisses (vgl. Weisshaupt, Peucker 2009, 66). Aber auch mathematische Anforderungen aus der Sekundarstufe eins wie beispielsweise ein Verständnis für Brüche oder das Prozentrechnen setzen ein Verständnis eines *'Teile-Ganze-Konzepts'* voraus (vgl. SCHÄFER SS 2011).

2.1.2.2 Die Entwicklung der Zählfertigkeiten

Neben der Entwicklung erster Mengenvorstellungen trägt die Entwicklung der Zählfertigkeiten nach neueren Untersuchungen entscheidend zum Erwerb des Zahlbegriffs bei. RESNICK (1989) bezeichnet es, wie im vorherigen Abschnitt näher dargestellt, als zweiten wichtigen Wissensbereich für den Erwerb eines tragfähigen Zahlverständnisses. Anderen aktuellen Auffassungen zufolge stellt das Zählen sogar die wichtigste kindliche Kompetenz dar: Es ermöglicht einen natürlichen Zugang zum Kardinal- und Ordinalzahlaspekt sowie zu verschiedenen Rechenoperationen (vgl. SCHÄFER 2005, 57). DEHAENE spricht beim Zählen vom *„Schweizer Taschenmesser des Rechnens"* (DEHAENE 1999, 143).

Über die Entwicklung des Zählens gibt es bisher wenig deutschsprachige Literatur. Schriften zu diesem Bereich stammen meist aus dem englischsprachigen Raum (vgl. MOSER OPITZ 2008, 63). Einige wichtige Autoren sind GELMAN und GALLISTEL (1978, zit. n. MOSER OPITZ 2008, 68), FUSON (1988, zit. n. ebd., 86) sowie KARMILOFF-SMITH (1992, zit n. KRAJEWSKI 2003, 61).

Die eben genannten Autoren vertreten jedoch unterschiedliche Meinungen, wie sich die Zählfertigkeiten entwickeln. Uneinigkeit besteht vor allem in dem Punkt, ob Kinder von Geburt an über sog. *'Zählprinzipien'* verfügen oder ob sie zwar mit Hilfe des Subitizings (vgl. 2.1.2.1) kleine Anzahlen bestimmen können, die Zählprinzipien aber erst durch Erfahrungen mit dem *'Zählen'* erwerben. Ausgehend von dieser Fragestellung entwickelten sich zwei kontroverse Ansätze:

1. ***'Prinzipien zuerst'*** (nativistischer Ansatz): Bereits die ersten Zählversuche von Kindern basieren auf konzeptuellen Kompetenzen, die von Anfang an kontextunabhängig und generalisierbar sind. Kinder verfügen zwar noch nicht explizit über diese Kompetenzen und können sie auch nicht verbalisieren, dennoch ist es ihnen möglich, sie als handlungsleitende Ideen zu nutzen (vgl. MOSER OPITZ 2008, 67f.). Vertreter dieses Ansatzes sind GELMAN und GALLISTEL (1978, zit. n. ebd., 68), die davon ausgehen, dass die Zählprinzipien angeboren sind. Subitizing hingegen sei keine angeborene Fähigkeit, sondern eine schnell ablaufende Zählhandlung.
2. ***'Prinzipien nachher'*** (konstruktivistischer Ansatz): Kinder lernen die Bedeutung und die Aspekte des Zählens erst schrittweise durch Nachahmung und Auseinandersetzung mit ihrer Umwelt kennen (vgl. KRAJEWSKI 2003, 60ff.). Dabei gilt es zwischen Zählen als Aufsagen einer Sequenz, Zählen ohne sowie Zählen mit kardinaler Bedeutung zu unterscheiden. Damit handelt es sich bei der Entwicklung der Zählfertigkeiten um einen mehrschichtigen Prozess, bei dem verschiedene Komponenten zusammenspielen. Einige Vertreter dieses Ansatzes sind FUSON (1988, zit. n. MOSER OPITZ 2008, 73), WYNN (1995, zit. n.

ebd., 73), Baroody (1991, zit. n. ebd., 73) und Resnick (1989). Ihre Erklärungsansätze sind jedoch unterschiedlich: Wynn sieht die Basis des Zählens im Subitizing, die anderen betonen zudem das soziale Lernen. Sie sind der Ansicht, dass Kinder durch ihre Eltern, Geschwistern und Gleichaltrige zum Zählen aufgefordert bzw. auf gewisse Zahlwörter und Gesetzmäßigkeiten aufmerksam gemacht werden (vgl. Moser Opitz 2008, 72f.).

Die aktuelle Forschung geht vom Ansatz *'Prinzipien nachher'* aus (vgl. Schäfer 2005, 62). Danach erwerben Kinder in Alltagssituationen zunächst für jeden Kontext eine neue Zählprozedur. Erst mit der Zeit werden diese Zählprozeduren generalisiert und abstrahiert – Kinder entdecken die Zählprinzipien und erwerben den Kardinalzahlbegriff. Die erwähnten Zählprinzipien sollen im Folgenden näher ausgeführt werden.

➢ ***Die Zählprinzipien nach Gelman und Gallistel***

Gelman und Gallistel (1978, zit. n. Krajewski 2005a, 152) gehen von fünf Zählprinzipien aus, die *„den Erwerb des verbalen Zählens"* (ebd., 153) steuern. Sie unterscheiden dabei drei Prinzipien des *'Wie man zählt'* und zwei Prinzipien des *'Was man zählt'*:

1. ***Einszueinsprinzip:*** Jedem zu zählenden Gegenstand wird genau ein Zahlwort zugeordnet. Nach Stern (1996, zit. n. Krajewski 2003, 59) stellt dieses Prinzip die Basis für protoquantitative Vergleiche dar und kann später auch auf die Zuordnung von Zahlwörtern zu Mengen übertragen werden.
2. ***Prinzip der stabilen Ordnung:*** Beim Zählen kommt jedes Zahlwort genau einmal und stets an derselben Position der Zahlenfolge vor. Kinder wenden dieses Prinzip auch dann an, wenn sie beispielsweise *'eins, drei, sieben, acht'* zählen, solange sie bei jedem Zählvorgang genau diese Reihenfolge der Zahlwörter verwenden.
3. ***Kardinalzahlprinzip:*** Das letztgenannte Zahlwort gibt beim Zählen die Anzahl der Elemente einer Menge an. Einige Forscher, u.a. Fuson (1988, zit. n. ebd., 60), bevorzugen für dieses Prinzip den Begriff *'last-word response'*, da sie der Ansicht sind, dass zu einem Verständnis von Kardinalität zusätzlich gehört, dass die dahinter stehende Menge tatsächlich als solche begriffen wird. Insgesamt wird daran deutlich, dass sich nach den neueren Theorien, im Gegensatz zu Piagets Überlegungen (vgl. 2.1.1), zunächst der Ordinalzahlbegriff entwickelt, bevor die Kinder den Kardinalzahlbegriff erlangen.
4. ***Abstraktionsprinzip:*** Jede Art von Items ist unabhängig von seiner Qualität zählbar. So können beispielsweise ein Schuh, eine Tasse und ein Auto als insgesamt drei Gegenstände zusammengezählt werden.
5. ***Prinzip der beliebigen Reihenfolge:*** Solange man die ersten drei Prinzipien beachtet und jedes Element nur einmal zählt, ist die Reihenfolge der Objekte beim Zählen beliebig. Es kann somit an beliebiger Stelle (z.B. rechts, links, in der Mitte) mit dem Auszählen

der Objekte begonnen werden, da sich die Gesamtzahl dabei nicht verändert (vgl. Krajewski 2003, 59f.; Krajewski et al. 2009, 23; Schäfer 2005, 60ff.).

Die ersten beiden Prinzipien sowie das Abstraktionsprinzip werden meist schon von Zweijährigen quasi selbstverständlich beherrscht, wohingegen die beiden anderen Prinzipien noch nicht von allen Schulanfängern verinnerlicht sind. Dies gilt insbesondere für das Zählen ab der Zahl fünf (vgl. Royar WS 06/07, 21). Baroody (1987, zit. n. Schäfer 2005, 59) hat den soeben beschriebenen Zählprinzipien noch das ***'Prinzip der Einmaligkeit'***[6] hinzugefügt, das wohl von Gelman und Gallistel als selbstverständlich vorausgesetzt wurde (vgl. ebd., 59).

Die Anwendung der Zählprinzipien ist für ein echtes Zählverständnis äußerst wichtig. Dennoch muss parallel dazu die Zahlwortreihe, welche die Grundlage der Mathematik darstellt, ausgebildet werden. Mit der Entwicklung der Zahlwortreihe hat sich Fuson (1988, zit. n. Moser Opitz 2008, 86f.) näher beschäftigt. Dies soll im Folgenden ausgeführt werden.

➢ ***Die Entwicklung der Zahlwortreihe nach Fuson***

Schon im Kleinkindalter (ab etwa 1,5 Jahre) beginnen Kinder, verbunden mit der Sprache, ein *'Zeigeverhalten'* (z.B. *'da-da-da'*) zu entwickeln. Auch der tatsächliche Erwerb der Zahlwortreihe setzt im zweiten Lebensjahr ein, dauert in der Regel aber bis zum Alter von fünf bis sieben Jahren an (vgl. Schäfer 2005, 62): Anfangs müssen Zahlwörter von Nichtzahlwörtern unterschieden und als *„sequence words"* (Fuson et al. 1988, zit. n. Schäfer SS 2011) erkannt werden. Danach wird die Zahlwortreihe, oft von eins bis zehn, in Form eines *'Zahlenverses'* ohne zugrunde liegende numerische Bedeutung auswendig gelernt. Mit der Zeit entdecken Kinder Regelmäßigkeiten. Durch die Irregularität bei der Bildung der deutschen Zahlwörter kommt es am Anfang jedoch häufig auch zu Eigenkonstruktionen (vgl. Schäfer 2005, 62f.).

Während des Erwerbs von immer größeren Zahlwortfolgen wird auch die Zählfähigkeit der Kinder zunehmend sicherer: Die Zählgeschwindigkeit nimmt zu, der Einsatz der Zahlwortreihe wird immer differenzierter und die *'sequence words'* werden mit der Zeit als *„counting words"* (Fuson et al. 1988, zit. n. Schäfer SS 2011) verwendet. Bei Schuleintritt schließlich beherrschen die meisten Kinder die Zahlwortreihe bis mindestens zehn. Die Art und Weise, wie sie zählen, kann als ein Anhaltspunkt für ihr Verständnis von Zahlen gesehen werden (vgl. Schäfer 2005, 63f.)

In ihrem fünfstufigen Entwicklungsmodell beschreibt Fuson (1988, zit. n. Moser Opitz 2008, 86f.) die Entwicklung der Zahlwortreihe. Dieses Modell beginnt, wenn die Kinder für einen (zunächst) begrenzten Zahlenraum die *„stabile und konventionelle Phase*[7]*"* (Fuson et al. 1988, zit. n. Schäfer SS 2011) beim Erwerb der Zahlwortreihe erreicht haben und sie die Zahlwortreihe immer differenzierter einsetzen (vgl. Krajewski 2003, 64).

[6] **Prinzip der Einmaligkeit**: Jedes Element wird beim Zählen genau einmal gezählt.

[7] **Stabile und konventionelle Phase**: In einem bestimmten Zahlenraum wird die Zahlwortfolge korrekt beherrscht.

Als besondere Schwierigkeit sieht FUSON (1988, zit. n. MOSER OPITZ 2008, 91) die Entdeckung des Kardinalzahlprinzips an, die durch folgende Aspekte gekennzeichnet ist:

- Wie antwortet das Kind auf die Frage *‚Wie viele sind es?'* / Beginnt es mit Zählen?
- Wendet das Kind das Kardinalzahlprinzip an, indem es die letzte Zählzahl wiederholt?
- Wird durch das Abzählen tatsächlich die Mächtigkeit einer Menge bestimmt?

FUSONS Modell, insbesondere die unterschiedlichen Niveaustufen, sollen nun kurz vorgestellt werden:

1. ***Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe (string level):*** Diese Phase durchlaufen Kinder bereits im Alter von etwa zwei Jahren. Die Zahlwortreihe wird als Gesamtes, stets beginnend mit der Zahl eins, unstrukturiert eingesetzt. Für Kinder hat sie die Form *‚einszweidreivier…'.* Einzelne Zahlwörter können nicht isoliert gesprochen werden, vielmehr muss immer die gesamte Zahlwortreihe von eins bis zum gefragten Zahlwort aufgesagt werden. Zum Zählen kann die Zahlwortreihe auf dieser Niveaustufe nur sehr bedingt eingesetzt werden, da das Eins-zu-Eins-Prinzip noch nicht sicher beherrscht wird.
2. ***Unflexible Zahlwortreihe (unbreakable chain level):*** Auf dieser Stufe müssen Kinder die Zahlwortreihe zwar immer noch stets bei eins beginnen, können aber nun einzelne Zahlwörter eindeutig voneinander getrennt aufsagen. Durch die Beherrschung des Eins-zu-Eins-Prinzips ist korrektes Abzählen möglich. Zudem können sie auf einfache Fragen bezüglich einer bestimmten Stelle in der Zahlwortreihe antworten. Auch erste Additions- und Subtraktionsaufgaben, bei denen die Kinder meist auf das Prinzip *‚counting all'*[8] zurückgreifen, können zählend gelöst werden. Durch das Aufsagen der Zahlwortreihe sind zudem Aussagen über Kleiner- und Größerbeziehungen zwischen zwei Zahlen möglich. Diese Niveaustufe ist mit dem *‚mentalen Zahlenstrahl'* nach RESNICK (1983, zit. n. RESNICK 1989, 164) vergleichbar und entspricht beim Erwachsenen nach FUSON et al. (1988, zit. n. SCHÄFER 2005, 65) dem Aufsagen des Alphabets oder einer Tonleiter.
3. ***Teilweise flexible Zahlwortreihe (breakable chain level):*** Mit etwa vier Jahren kann die Zahlwortreihe auch von größeren Zahlen aus aufgesagt werden. Weiter- und Rückwärtszählen von einer bestimmten Zahl aus gelingt, ebenso wie das Zählen von einer Zahl zu einer anderen. Additions- und Subtraktionsaufgaben können in diesem Stadium mit Hilfe des Prinzips *‚counting on'*[9] effektiver gelöst werden. Zudem werden Aussagen über Kleiner- und Größerrelationen schneller und sicherer (vgl. KRAJEWSKI 2003, 64f.; MOSER OPITZ 2008, 86; SCHÄFER 2005, 64ff.). *‚Rechenschwache'* Kinder kommen häufig bis zu dieser Niveaustufe, verharren aber dann auf dieser (vgl. SCHÄFER SS 2011).

[8] **Counting all**: Zunächst werden beide Mengen separat ausgezählt und anschließend nochmals bei eins beginnend zusammengezählt.
[9] **Counting on**: Bei Additionen wird vom ersten Summanden aus um den zweiten Summanden weitergezählt, bei Subtraktionen wird vom Minuenden um den Subtrahenden rückwärts gezählt.

4. ***Flexible Zahlwortreihe (numerable chain level):*** Nun zeigt sich ein erstes numerisches Verständnis. Die Zahlwortreihe wird nicht mehr nur zum Zählen von Objekten eingesetzt, sondern es kann auch um eine gewisse Anzahl weitergezählt werden. Durch Abzählen an den Fingern wird Rechnen möglich.
5. ***Vollständig flexible Zahlwortreihe (bidirectional chain level):*** Kinder können schließlich schnell und von jedem ihnen bekannten Zahlwort aus vor- und rückwärts zählen. Die Zählrichtung kann dabei leicht und flexibel verändert werden. Diese Niveaustufe kann kaum vor Schuleintritt erwartet werden (vgl. KRAJEWSKI 2003, 65f.; MOSER OPITZ 2008, 86f; SCHÄFER 2005, 66)

Insgesamt spiegeln die fünf Niveaustufen eine zunehmende Kompetenz im Umgang mit Zahlwörtern wider. Das Modell darf jedoch nicht linear verstanden werden, vielmehr können sich Kinder kontextabhängig gleichzeitig auf unterschiedlichen Stufen befinden (vgl. KRAJEWSKI 2003, 66f.). Der Stand der Zählentwicklung kann nur dann erfasst werden, wenn er in verschiedenen Anforderungssituationen erhoben wird (vgl. CALUORI 2004, 67). Da zumindest auf der ersten Niveaustufe das Eins-zu-Eins- sowie das Kardinalzahlprinzip noch nicht beherrscht werden, ist FUSON der Ansicht, dass die Zählprinzipien nicht angeboren sind, sondern kulturell vermittelt werden (vgl. KRAJEWSKI 2003, 66).

➢ ***Problem: Zählendes Rechnen***

Mit Beherrschung der Zählfertigkeiten sind im Prinzip schon sämtliche Rechenoperationen durchführbar: Addition als Weiterzählen, Subtraktion als Rückwärtszählen, Multiplikation als wiederholte Addition und Division als wiederholte Subtraktion (vgl. LORENZ 2006, 63).

Somit ist es normal, dass erstes Rechnen immer zählendes Rechnen ist (vgl. KLEWITZ et al. 2008, 27). Allerdings neigt die Fähigkeit des zählenden Rechnens bei einigen Kindern zu persistieren, auch wenn weiterführende, effektivere Rechenstrategien verfügbar werden (vgl. LORENZ 2006, 63). Insbesondere *‚rechenschwache'* Kinder bleiben häufig auf der Stufe des zählenden Rechnens stehen, da sie eine Zahl oft nur mit einer Ziffer auf dem *‚mentalen Zahlenstrahl'* in Verbindung bringen und keine Teile-Ganze-Beziehungen nutzen (vgl. PEUCKER, WEISSHAUPT 2005, 300). Dadurch können die Gedächtniskapazitäten nicht effektiv ausgenutzt werden, die Kinder rechnen langsamer und ungenauer. Zudem entwickeln sich ihre Rechenfertigkeiten kaum noch weiter (vgl. KRAJEWSKI 2005a, 155).

Wie in diesem Abschnitt deutlich wurde, ist nach heutigem Erkenntnisstand für eine echte mathematische Kompetenz die Verknüpfung von Zählfertigkeiten und Mengenwissen unumgänglich. Mengen müssen mit den entsprechenden (Zähl-)Zahlen verknüpft, aber gleichzeitig auch Zahlen mit den dahinter stehenden Mengen verbunden werden. Die größten Hürden sind dabei das Verständnis des Kardinalzahl- sowie des *‚Teile-Ganze-Konzepts'* (vgl. WEISSHAUPT, PEUCKER 2009, 74).

Wie diese Verknüpfung nach und nach vonstatten geht, wird im nächsten Abschnitt anhand der Entwicklungsmodelle nach Krajewski sowie nach Fritz et al. näher beschrieben.

2.1.3 Aktuelle Modelle zur Entwicklung mathematischer Vorläuferfertigkeiten

Obwohl für die Entwicklung mathematischer Vorläuferfertigkeiten im Bereich der Mengen- und Zahlenkompetenz inzwischen zahlreiche Befunde vorliegen und in den vergangenen Jahren dazu verschiedene Entwicklungsmodelle sowohl konzipiert als auch empirisch untersucht wurden, gibt es bisher kein allgemein anerkanntes Entwicklungsmodell (vgl. Landerl, Kaufmann 2008, 86).

Dennoch sollen im Folgenden zwei Modelle exemplarisch vorgestellt werden, die in den letzten Jahren auf recht große Zustimmung gestoßen sind: Zunächst wird auf das *‚Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen'* nach Krajewski näher eingegangen, anschließend soll im Vergleich dazu das *‚Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung'* nach Fritz, Ricken und Gerlach vorgestellt werden. Beide Modelle basieren auf Piagets Befunden zur Entwicklung des Zahlbegriffs (vgl. 2.1.1) und verbinden diese mit neueren Theorien (v.a. nach Fuson und Resnick (vgl. 2.1.2)) aus der Entwicklungspsychologie (vgl. Landerl, Kaufmann 2008, 91). Auf leicht unterschiedliche Weise spiegeln sie die aktuelle Auffassung zum Erwerb mathematischer Vorläuferfertigkeiten wider.

2.1.3.1 Das ‚Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen' nach Krajewski

Dieses Entwicklungsmodell (vgl. Krajewski 2008b, 122-125) wurde 2006 von Krajewski konzipiert und 2008 nochmals leicht modifiziert. Es stellt eine Weiterführung der Theorie nach Resnick (vgl. 2.1.2.1) dar (vgl. Schäfer SS 11).

Das Modell (vgl. Abb. 1) orientiert sich an der *‚normalen'* Entwicklung mathematischer Vorläuferfertigkeiten, die bereits mit der Geburt einsetzt und mindestens bis zum Kindergartenalter anhält (vgl. Krajewski 2008b, 122). In dieser Zeit überwinden die Kinder mehrere *„'Meilensteine', die sich **drei Kompetenzebenen** zuordnen lassen und die das zunehmende Verständnis für die Verknüpfung von Mengen und Zahlen widerspiegeln"* (ebd., 122, Hervorhebung U.O.).

Krajewski geht, gestützt auf die Untersuchungen von Starkey und Cooper (vgl. 2.1.2.1) davon aus, dass bereits Säuglinge über ein erstes Mengenwissen verfügen: Sie besitzen einen ersten Mengenbegriff und können Mengen bezüglich ihrer Ausdehnung und ihres Volumens (vgl. Krajewski et al. 2008b, 101) unterscheiden (vgl. Resnick: protoquantitatives Vergleichsschema), wobei Krajewski entgegen früherer Annahmen der Ansicht ist, dass zwischen diskreten Mengen (Stückzahlen) noch nicht differenziert werden kann (vgl. Krajewski 2008a, 276). Gleichzeitig entwickeln sich ab einem Alter von zwei bis drei Jahren die Zählfertigkeiten (vgl. 2.1.2.2). Diese stellen zusammen mit dem ersten Mengenwissen die ***numerischen Ba-***

sisfertigkeiten (Ebene 1) dar. Eine Verbindung dieser Fertigkeiten besteht auf dieser Ebene allerdings noch nicht. So können Kinder hier zwar beispielsweise ihre Stofftiere abzählen, bezeichnen aber dann das letztgenannte Stofftier mit *‚Das ist die Fünf'*. Die Fünf wird dabei als ein Ding anstatt einer Menge verstanden. Durch Abzählen können daher noch keine Mengen bestimmt werden (vgl. KRAJEWSKI et al. 2008b, 101).

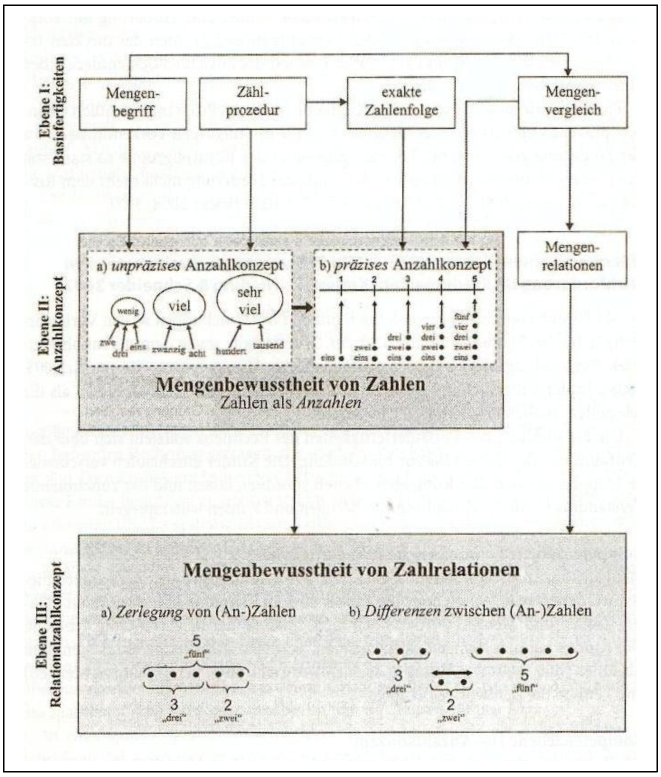


Abb. 1: Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen nach KRAJEWSKI (WERNER 2009, S. 136).

Erst ab einem Alter von etwa drei Jahren werden Zahlen nach und nach mit Mengen in Verbindung gebracht und Kindern somit als Anzahlen bewusst. Diese Entwicklungsstufe bezeichnet KRAJEWSKI als das ***Anzahlkonzept*** (Ebene 2). Kinder lernen hierbei, dass sich Mengen mit Zahlen verbinden lassen und mithilfe von Abzählen ihre Anzahl bestimmt werden kann. Zunächst unterscheiden sie bei den Zahlen bzw. Mengen nur zwischen den groben Kategorien *‚wenig'*, *‚viel'* und *‚sehr viel'*. Dieses Anzahlkonzept resultiert aus der Erfahrung: Wenn man lange an einer Menge zählen muss, ist es *‚viel'*. Die Bezeichnungen werden sogar dann verwendet, wenn die Kinder noch nicht exakt bis zu dieser Zahl zählen können. Insgesamt werden jeder Mengenkategorie jeweils mehrere Zahlen zugeordnet und zwischen zwei nahe beieinander liegenden Zahlen kann noch nicht unterschieden werden. Diese Entwicklungsphase bezeichnet KRAJEWSKI *als* ***‚unpräzises Anzahlkonzept'***. Eine genaue Unterscheidung der Anzahlen gelingt erst später, wenn Kinder Mengen exakt auszählen und mit einer Eins-zu-Eins-Zuordnung an die Zahlenfolge (dem *‚mentalen Zahlenstrahl'*) anordnen können. Den Kindern muss bewusst werden, dass sich die Dauer des Zählens auch für Zahlen innerhalb der groben Mengenkategorien unterscheidet. Dadurch können Nachbarzahlen miteinander verglichen werden. KRAJEWSKI spricht dann von einem ***‚präzisen Anzahlkonzept'*** (vgl. KRAJEWSKI et al 2009, 24ff.).

Unabhängig vom Anzahlkonzept entwickelt sich im Alter von drei bis fünf Jahren ein Verständnis dafür, dass sich Mengen durch Wegnehmen oder Hinzufügen (vgl. RESNICK: protoquantitatives Zunahme-Abnahme-Schema) verändern können, in Teilmengen zerlegbar sind bzw. Teilmengen zu einer Gesamtmenge zusammengefügt werden können (vgl. RESNICK: protoquantitatives Teile-Ganze-Schema) und allein durch eine Veränderung ihrer räumlichen Ausdehnung (vgl. PIAGET: Invarianz) nicht verändert werden können. Dieses Verständnis für Mengenrelationen ist jedoch zunächst ohne konkreten Zahlbezug (z.B. *‚alle'* ist zerlegbar in *‚einige'* und *‚einige'*) (vgl. ebd., 26).

Auf der höchsten Ebene des Entwicklungsmodells, welches KRAJEWSKI als ***‚Relationszahlkonzept'*** (Ebene 3) bezeichnet, entwickeln Kinder schließlich ein Verständnis dafür, dass Mengen nicht nur in numerisch unbestimmte Teilmengen zerlegt werden können, sondern dass diese Mengenbeziehungen auch mit konkreten Zahlen darstellbar sind. So kann ein Kind auf dieser Stufe beispielsweise angeben, dass insgesamt fünf Schafe auf der Weide sind, wovon zwei schlafen und drei fressen. Zudem verstehen Kinder nun, dass auch Differenzen zwischen zwei Zahlen mittels entsprechender Zahlen ausgedrückt werden können. Jetzt erst begreifen sie Zahlen auch als Relationszahlen (vgl. KRAJEWSKI, SCHNEIDER 2006, 251). Durch die Verknüpfung des Wissens um (protoquantitative) Mengenrelationen mit dem Anzahlkonzept kommt ein mathematisches Verständnis der Zahlstruktur zustande: Das Teile-Ganze-Schema kann nun auch auf Anzahlrelationen übertragen werden. Dies ermöglicht erste intuitive Rechenoperationen: Das Zusammenzählen der Elemente zweier Mengen oder das Hoch- und Herunterzählen eines Summanden wird nun in seinem mathematischen Sinn verstanden. Dies stellt einen wichtigen Schritt auf dem Weg zur arithmetischen Kompetenz dar (vgl. KRAJEWSKI 2008a, 279). Im Vergleich zu den ersten beiden Ebenen, die als mathematische Vorläuferfertigkeiten bezeichnet werden können, gelingen auf der dritten Ebene schon einfache Rechenoperationen. Die Kompetenzen der dritten Ebene können somit bereits dem Rechnen und damit dem wahren mathematischen Verständnis zugeordnet werden (vgl. KRAJEWSKI, SCHNEIDER 2006, 251).

Die drei dargestellten Kompetenzebenen *„unterscheiden sich qualitativ voneinander, werden jedoch nicht zwangsläufig für die verbalen Zählzahlen und die arabischen Ziffern gleichzeitig durchlaufen"* (KRAJEWSKI 2008b, 125). Zudem ist es denkbar, dass ein Kind mit kleinen Zahlen bereits auf der dritten Ebene handeln kann, mit großen Zahlen aber noch nicht einmal die zweite Ebene erreicht hat. Genauso ist die Zuordnung von Zahlen zu den groben Mengenkategorien im Laufe der Zeit veränderlich. Des Weiteren ist die gezeigte Kompetenz von der dargebotenen Repräsentationsform abhängig, denn für keine der Ebenen ist ausschließlich mentales Operieren erforderlich. Vielmehr können die einzelnen Kompetenzen an geeigneten Darstellungsmitteln erworben werden, bevor eine Übertragung auf eine abstraktere Ebene stattfindet (vgl. ebd., 125).

Die Verschiebungen innerhalb und zwischen den Kompetenzebenen sowie die Abhängigkeit der Repräsentationsform machen es sehr schwierig, ein Kind hinsichtlich seiner mathematischen Entwicklung exakt auf ein Entwicklungsniveau festzulegen (vgl. Krajewski et al. 2009, 27). Dies ist nur dann möglich, wenn stets dieselbe Repräsentationsform (konkret, bildlich, abstrakt) genutzt wird und die Entwicklung für abgegrenzte Zahlenräume festgestellt wird (vgl. Krajewski 2008b, 126). Von einem dadurch diagnostizierten Entwicklungsniveau kann recht gut die *„nächste Zone der Entwicklung"* nach Wygotzki (1934, zit. n. ebd., 130) bestimmt werden, an der eine eventuelle Förderung ansetzen sollte (vgl. ebd., 130). Ein halbes Jahr vor Schuleintritt sollten Kinder im Zahlenraum bis 20 die Ebene eins und im Zahlenraum bis zehn die Ebene zwei erreicht haben (vgl. ebd., 126).

2.1.3.2 Das ‚Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung' nach Fritz et al.

Im Entwicklungsmodell nach Fritz, Ricken und Gerlach (vgl. Fritz, Ricken 2008, 33-43) aus dem Jahr 2007 wird die arithmetische Kompetenzentwicklung in fünf aufeinander folgenden Stufen (siehe Abb. 2) dargestellt. Vor allem die ersten drei Stufen weisen eine deutliche Korrespondenz zum Modell der Entwicklung der Zahlwortreihe nach Fuson (vgl. 2.1.2.2) auf. Im Vergleich zum eben vorgestellten Modell nach Krajewski geht das Modell von Fritz et al. deutlich weiter, sodass hierbei eher von einem Entwicklungsmodell zum *‚Rechnenlernen'* gesprochen werden kann.

Die ***erste Stufe*** stellt die Basis für die weitere Entwicklung dar (vgl. Landerl, Kaufmann 2008, 91). Ähnlich wie im Modell nach Krajewski wird dem protoquantitativen Mengenvergleich sowie dem (zunächst noch nicht exakten und ohne numerisches Verständnis erfolgenden) Aufsagen der Zahlwortreihe der Ausgangspunkt der mathematischen Entwicklung zugesprochen (vgl. Ricken, Fritz 2007, 2). Ein Aspekt, der in Krajewskis Modell in der Form nicht auftaucht, ist die Kompetenz des Sortierens und des Herstellens von Ordnungen: Nach Fritz et al. können Kinder ab einem Alter von zwei bis drei Jahren kleine Anzahlen der Größe nach ordnen (vgl. Fritz, Ricken 2008, 33).

Auf der ***zweiten Stufe*** bauen Kinder ab einem Alter von etwa vier Jahren ihre Zählfertigkeiten immer mehr aus (z.B. rückwärtszählen) und gleichzeitig werden Zahlen zunehmend auch für Zählhandlungen eingesetzt (vgl. Werner 2009, 117). Dieser Aspekt wird im Modell nach Krajewski nicht explizit weiterverfolgt, kann wohl aber im Übergang von der ersten zur zweiten Ebene angesiedelt werden. Trotz dieser Weiterentwicklung müssen Objekte jedoch stets noch von eins an ausgezählt werden und die Vorstellung einer Zahl beschränkt sich auf ihre Position auf dem *‚ordinalen Zahlenstrahl'* (vgl. Fritz, Ricken 2008, 33f.). Dieser findet sich im Modell nach Krajewski weitgehend im Verständnis des *‚präzisen Anzahlkonzepts'* wieder.

Nach dieser Vorstellung haben Zahlworte in der Zahlwortreihe eine feste Abfolge und auf jede Zahl folgt eine bestimmte (größere) Nachfolgerzahl. Im Modell nach Fritz et al. werden auf dieser Stufe allerdings Zahlen noch nicht als Anzahlen verstanden und auch der Abstand zwischen zwei Zahlen hat noch keine Bedeutung (vgl. ebd., 34). Daher sind die gerade beschriebenen Kompetenzen nur bedingt dem *'Anzahlkonzept'* gleichzusetzen. Mit diesen Einsichten können jedoch, wie im Übergang von der zweiten zur dritten Ebene im Modell nach Krajewski, erste Additionen und Subtraktionen im Sinne von Vermehren und Vermindern durch Vorwärts- und Rückwärtsgehen auf dem *'ordinalen Zahlenstrahl'* gelöst werden. Zur Unterstützung werden häufig die Finger eingesetzt (vgl. ebd., 34f.). Im Gegensatz zu Krajewski sind jedoch diese ersten Rechnungen ohne eine Einsicht in die Mächtigkeiten der gezählten Mengen. Aus diesem Grund handelt es sich beim ermittelten Ergebnis nicht um eine tatsächliche Summe, sondern vielmehr um eine Zahl in der Zahlwortreihe bzw. auf dem Zahlenstrahl. Da Kinder mit dieser Methode aber trotzdem einige mathematische Anforderungen bewältigen können, werden ihnen häufig größere Kompetenzen zugesprochen, als sie tatsächlich besitzen (vgl. ebd., 35).

Die **dritte Stufe** bildet nach Fritz et al. die erste wichtige Hürde im Erwerb mathematischer Kompetenzen (vgl. ebd., 36): Die Kinder erkennen, dass durch Zahlen auch die Anzahl der Elemente einer Menge dargestellt werden kann und Mengen in Mengen enthalten sind. Damit wird einerseits der Ordinalzahlaspekt um den Kardinalzahlaspekt erweitert (vgl. Landerl, Kaufmann 2008, 91). Andererseits kann aus einer Gesamtmenge eine Teilmenge bestimmt werden. Zudem bekommen die Kinder ein erstes Verständnis dafür, dass der erste Summand als Teilmenge in der Summe enthalten ist (vgl. Fritz, Ricken 2008, 37). Diese Einsichten sind im Modell nach Krajewski dem *'Anzahlkonzept'* zuzuordnen. Beim Zählen von Objekten steht auf der dritten Stufe das letzte Zahlwort nicht mehr für das letzte Element, sondern für alle gezählten Objekte. Zudem können Vorgänger und Nachfolger von Zahlen genannt werden, ohne sie zählend ermitteln zu müssen (vgl. Werner 2009, 117). Mit diesem Wissen kann bei Additionen vom ersten Summanden aus weitergezählt werden und erste, vom rein zählenden Rechnen abgelöste Rechenstrategien werden möglich (vgl. Fritz, Ricken 2008, 36f.). Wie Teile der dritten Ebene im Modell nach Krajewski stellt diese Stufe teilweise schon ein wahres mathematisches Verständnis dar, das nicht mehr wirklich mathematischen Vorläuferfertigkeiten zugeordnet werden kann.

Auf der ***vierten Stufe*** werden die Zahlenstrahlvorstellung und die Mengenbedeutung von Zahlen weiter verknüpft und ausdifferenziert: Die Kinder entwickeln, wie auf dem Übergang von der zweiten zur dritten Ebene im Modell nach Krajewski, ein Verständnis dafür, dass die Abstände zwischen zwei aufeinander folgende natürliche Zahlen immer gleich sind. Zudem können sie Differenzen zwischen zwei Mengen bestimmen und das Verständnis für das Enthaltensein auf ein tatsächliches Teile-Ganze-Verständnis ausbauen. Dadurch wird der bisher ordinale und kardinale Zahlbegriff um einen relationalen Aspekt erweitert, womit die Rechenfertigkeiten ausgebaut werden können (vgl. WERNER 2009, 117f.). Diese Erkenntnisse finden sich im Modell nach KRAJEWSKI beim *‚Relationalzahlkonzept'* und sind, wie bereits erwähnt, nicht mehr den mathematischen Vorläuferfertigkeiten zuzuordnen.

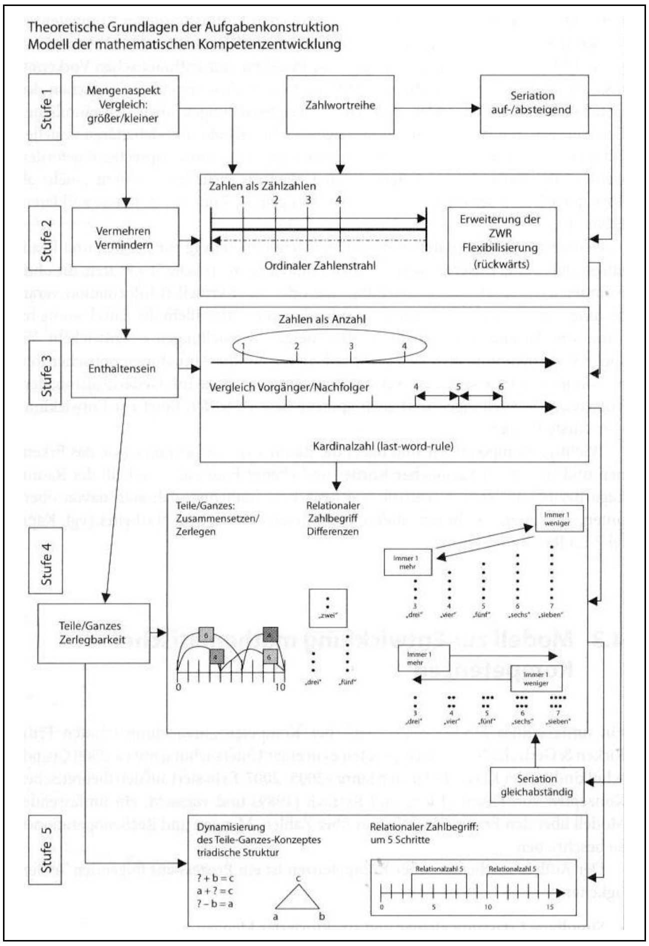


Abb. 2: Kompetenzentwicklungsmodell nach FRITZ et al. (vgl. WERNER 2009, S. 116).

Eine Weiterführung der bis zur vierten Stufe erworbenen Kompetenzen und Einsichten findet auf der ***fünften Stufe*** statt: Das Teile-Ganze-Verständnis und der relationale Zahlbegriff werden weiterentwickelt, Zählen ist nun auch in größeren Schritten (z.B. 3-6-9-12….) möglich und ebenso können größere Differenzen erkannt werden (vgl. ebd., 118). Diese Stufe wird in der Regel erst nach Schuleintritt erreicht (vgl. FRITZ, RICKEN 2008, 43) und entspricht im Modell nach KRAJEWSKI der Weiterführung der dritten Ebene. Kindern ist es nun meist möglich zu erkennen, dass sämtlichen Rechenaufgaben (Addition/Subtraktion) eine *‚triadische Struktur'* (vgl. Abb. 2) zugrunde liegt (vgl. LANDERL, KAUFMANN 2008, 92). Dabei handelt es sich laut RESNICK (1983, zit. n. FRITZ, RICKEN 2008, 40) um die größte konzeptuelle Leistung der frühen Schuljahre. Nach KRAUTHAUSEN und SCHERER (2007, zit. n. ebd., 42) kommt es auf dieser Stufe zudem vermehrt zu *‚denkendem Rechen'*: Das *‚Kommutativgesetz'* (z. B. 9+3 kann umgedreht werden zu 3+9) wird erkannt und effektive Zerlegungsstrategien können genutzt werden (z. B. 5+8=5+5+3) (vgl. WERNER 2009, 118). Aber auch Sachaufgaben der Art *‚Peter hat* *drei Bauklötze. Wie viele muss ich ihm noch geben, damit er insgesamt acht hat?'*" können gelöst werden. Dazu muss vor allem die *‚Komplementarität'* erkannt werden. Des Weiteren werden auch Aufgaben wie *‚Welche Zahl ist um drei größer als vier?'* bzw. Aufgaben, bei denen eine konkrete Teilmenge nicht bekannt ist, zunehmend bewältigt (vgl. FRITZ, RICKEN 2008, 41f.). Auf dieser Stufe handelt es sich jedoch eindeutig um Kompetenzen, die nicht mehr zu den mathematischen Vorläuferfertigkeiten gehören.

Wie im Modell nach KRAJEWSKI wird auch im Modell nach FRITZ et al. deutlich, dass es sich beim Erwerb mathematischer Vorläuferfertigkeiten um einen längeren Prozess handelt, der direkt in den Erwerb tatsächlicher arithmetischer Kompetenzen übergeht. Zwischen den einzelnen Stufen gibt es keine scharfen Grenzen, vielmehr kann sich ein Kind gleichzeitig auf mehreren Stufen befinden. Bei den gezeigten Kompetenzen ist die Abhängigkeit der Präsentationsebene nicht zu unterschätzen (vgl. LANDERL, KAUFMANN 2008, 92).

Insgesamt sind die beiden beschriebenen Modelle ähnlich und an manchen Punkten (z. B. beim präzisen Anzahlkonzept im Modell nach KRAJEWSKI handelt es sich bei der Darstellung des *‚mentalen Zahlenstrahls'* nicht um einen korrekt mathematischen Zahlenstrahl) ist ersichtlich, dass sie beide nicht von Mathematikdidaktikern entwickelt wurden. Die größten Unterschiede sind, dass FRITZ et al. ihren Fokus vermehrt auf den Ordinalzahlaspekt legen, der bei KRAJEWSKI hingegen eher marginal erwähnt wird, und dass das Modell von FRITZ et al. in der Entwicklung noch deutlich weiter und somit klar über die mathematischen Vorläuferfertigkeiten hinausgeht.

2.2 Kognitiv-neuropsychologisches Modell der drei Repräsentationsformen: Das *‚Triple-Code-Modell'* nach DEHAENE

Nachdem bisher bezüglich der Entwicklung mathematischer Vorläuferfertigkeiten auf verschiedene entwicklungspsychologische Ansätze eingegangen wurde, wird nun noch ein Modell aus dem kognitiv-neuropsychologischen Bereich vorgestellt. Dazu zunächst ein kurzes Zitat von KRAJEWSKI zur Spezifität kognitiv-neuropsychologischer Modelle:

> *„Während entwicklungspsychologische Ansätze zu erklären versuchen, wie ein Kind zum Verständnis der Mathematik gelangt, sind kognitiv-neuropsychologische Modelle auf Prozesse fokussiert, die während des Rechnens im Gehirn ablaufen" (KRAJEWSKI 2005a, 156).*

An diesem Zitat wird deutlich, dass sich die Perspektiven kognitiv-neuropsychologischer Modelle und entwicklungspsychologischer Ansätze deutlich unterscheiden. Dennoch lassen sich auch in den kognitiv-neuropychologischen Modellen Kompetenzen ausfindig machen, die auf ein hinter den Zahlen stehendes Mengenverständnis aufbauen und für das Rechnen eine bedeutsame Rolle spielen (vgl. ebd., 156).

Das *‚Triple-Code-Modell'* nach Dehaene (1992, zit. n. Born, Oehler 2008, 36-40) ist ein kognitiv-neuropsychologisches Modell, das sich speziell mit der Verarbeitung von Zahlen im Gehirn beschäftigt. Dehaene geht dabei von drei Modulen (neuronalen Verarbeitungsnetzwerken) aus, die Zahlen auf verschiedene Weise repräsentieren und verarbeiten. Neben dem Lesen und Schreiben von Zahlen stellt die näherungsweise Quantifizierung von Mengen dabei eine wichtige Kompetenz dar (vgl. Krajewski 2005a, 156).

Diese Modellvorstellung basiert auf Ergebnissen von Studien u.a. an neurologisch erkrankten Probanden. Dabei konnte festgestellt werden, dass je nach geschädigter Gehirnregion Ausfälle in unterschiedlichen Bereichen der Zahlverarbeitung zu beobachten sind. Dehaene und Cohen (1995, zit. n. Born, Oehler 2008, 36) stellten beispielsweise fest, dass manche Probanden eine reine Zahlenleseunfähigkeit, bei gleichzeitig intakter Lesefähigkeit für Worte und Buchstaben bzw. umgekehrt, aufweisen. Des Weiteren konnten Dehaene et al. (1999, zit. n. ebd., 36) an erwachsenen Probanden mit bildgebenden Verfahren zeigen, dass bei der Zahlenverarbeitung je nach Aufgabentyp verschiedene, unverbundene Aktivierungsmuster im Gehirn erkennbar sind.

Ähnliche Überlegungen wurden bereits früher, z. B. von Mc Closkey et al. (1985, zit. n. Kaufmann 2003, 26), angestellt und veröffentlicht. An diesen kritisiert Dehaene jedoch, dass die Fähigkeit des groben Schätzens und Vergleichens von Mengen vernachlässigt und stattdessen auf syntaktische Prozesse zu viel Aufmerksamkeit gerichtet wurde (vgl. Krajewski 2003, 83).

In Abb. 3 ist das *‚Triple-Code-Modell'* schematisch dargestellt: Alle drei Module haben einen eigenen Ein- und Ausgang und ein Zahlsymbol kann durch die Verschaltung zwischen den einzelnen Modulen stets in ein anderes überführt werden (vgl. Born, Oehler 2008, 37). Die Transkodierung kann dabei *„auf semantischem oder asematischem Weg erfolgen"* (Kaufmann 2003, 26). Im Folgenden sollen die drei Module kurz dargestellt und im Gehirn lokalisiert werden:

Das ***erste Modul*** (auditiv-sprachliche Repräsentation) gehört zu den *„allgemeinen sprachverarbeitenden Systeme[n]"* (ebd., 26) und befindet sich in der linken Gehirnhälfte. Zahlen werden dabei auf begrifflicher Ebene verarbeitet. Diese Fähigkeit wird speziell beim Zählen sowie beim Abspeichern und Abrufen von Faktenwissen (z.B. Einmaleins) benötigt (vgl. ebd. 26f.).

Das ***zweiten Modul*** (visuell arabische Repräsentation) lässt sich *„als ausschließlich visuell wahrnehmbare und vermittelbare Symbolsprache für Zahlen auffassen"* (ebd., 27). Damit wird der Umgang mit Zahlen möglich: Numerische Operationen, auch mit mehrstelligen Zahlen, können durchgeführt werden. Die Verarbeitung arabischer Ziffern ist hierbei relativ unabhängig von sprachlichen Fertigkeiten; Regelkenntnisse (z.B. die Ziffer ‚17' setzt sich aus einem Zehner und sieben Einern zusammen) werden jedoch vorausgesetzt (vgl. Born, Oehler 2008, 38f.). Dieses Modul befindet sich im visuellen Kortex, wobei der linken Hemisphäre eine dominierende Rolle zukommt (vgl. Kaufmann 2003, 27f.).

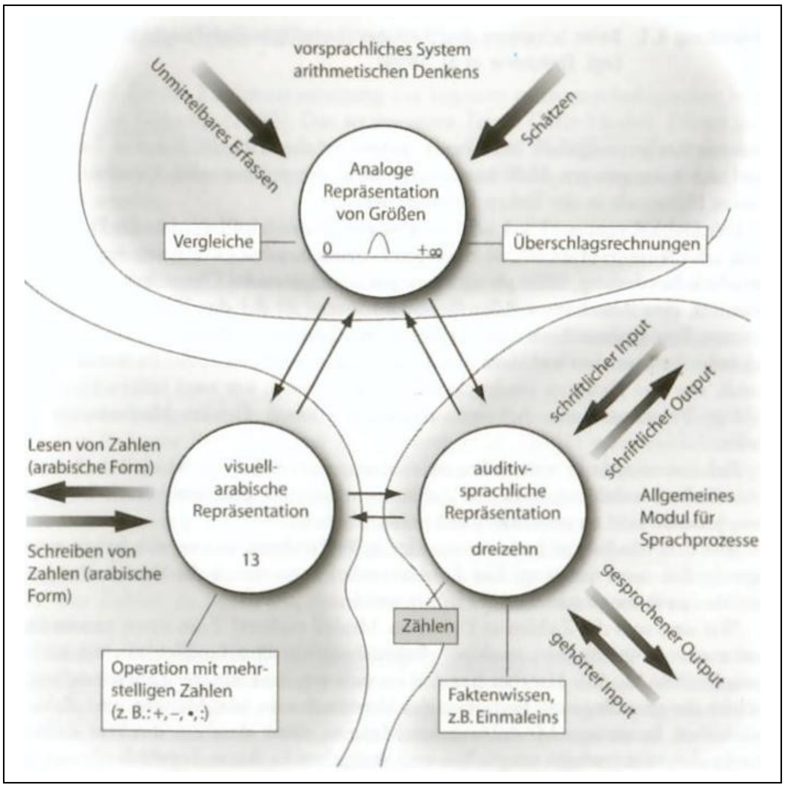


Abb. 3 : Das Triple-Code-Modell nach Dehaene (Born, Oehler 2008, S. 38).

Beim ***dritten Modul*** (analoge Repräsentation von Größen) handelt es sich um ein sprachfreies Modul, bei dem jede Zahl als ein ungefährer Ort auf einem *‚mentalen Zahlenstrahl'* dargestellt wird. Es handelt sich somit um eine innere Zahlvorstellung – die semantische Bedeutung von Zahlen. Benötigt wird diese zum Abschätzen der Mächtigkeit einer Menge, zum Mengenvergleich ohne unmittelbares Abzählen und zum Überschlagen von Ergebnissen. Solche Wahrnehmungsfähigkeiten weisen bereits Säuglinge, aber auch Tiere, auf (vgl. Born, Oehler 2008, 37f.). Dieses dritte Modul befindet sich vermutlich in beiden Parietalregionen, die rechte Hemisphäre scheint jedoch überlegen zu sein (vgl. Kaufmann 2003, 27).

Jedem Modul kann bei der Zahlverarbeitung somit eine spezifische Funktion zugeordnet werden. Bei komplexeren Aufgaben geht Dehaene davon aus, dass mehrere Module gleichzeitig benötigt werden. Daher kommt der Verbindung zwischen den einzelnen Modulen eine bedeutende Rolle für den erfolgreichen Umgang mit Rechenaufgaben zu (vgl. Krajewski 2003, 85).

Aufgrund der Lokalisation der drei Module kann davon ausgegangen werden, dass Schädigungen der rechten Hemisphäre großteils durch die linke ausgeglichen werden können. Beeinträchtigungen im Bereich der linken Hemisphäre führen hingegen vermutlich zu kaum kompensierbaren Funktionseinschränkungen (vgl. KAUFMANN 2003, 28).

Generell stellt sich aber die Frage, ob das *'Triple-Code-Modell'* verallgemeinerbar oder doch sprach- und kulturabhängig ist. Aktuelle Untersuchungen weisen darauf hin, dass die Zuordnung von bestimmten Aufgabentypen zu Modulen, und damit zu bestimmten Gehirnarealen, nicht *'naturgegeben'* oder genetisch definiert ist. Vielmehr sei es von kulturspezifischen Lernprozessen und Faktoren abhängig, die dem jeweiligen Bildungssystem zugrunde liegen. Neben der Kulturabhängigkeit des Modells deuten neuere neurologische Forschungsergebnisse zudem darauf hin, dass möglicherweise eine weitere Ausdifferenzierung nötig ist, um der Vielzahl der Prozesse, die an der Zahlverarbeitung beteiligt sind, gerecht zu werden (vgl. BORN, OEHLER 2008, 39f.).

Insgesamt lässt sich festhalten, dass Dehaene in seinem Modell, genauso wie RESNICK (vgl. 2.1.2.1) und im Gegensatz zu PIAGET (vgl. 2.1.1), annimmt, dass sich das Zahlverständnis aus mehreren Einzelkomponenten zusammensetzt, die sich zunächst separat voneinander entwickeln und erst im Laufe der Zeit miteinander verknüpft werden (vgl. KRAJEWSKI 2003, 86) Für die Entwicklung mathematischer Vorläuferfertigkeiten ist nach DEHAENE eine aktive handlungsbezogene Auseinandersetzung des Kindes mit seiner Umwelt nötig. Probleme in der Entwicklung mathematischer Vorläuferfertigkeiten sind als Folge einer gestörten Modulreifung anzusehen und damit auf mangelnde Vorerfahrungen zurückzuführen (vgl. BORN, OEHLER 2008, 41).

Nachdem bisher die Entwicklung der mathematischen Vorläuferfertigkeiten dargestellt wurde, soll im nächsten Kapitel die Bedeutung dieser mathematischen Vorläuferfertigkeiten im Mittelpunkt stehen.

3. Die Bedeutung mathematischer Vorläuferfertigkeiten für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit

In Kapitel zwei wurde auf die Entwicklung mathematischer Vorläuferfertigkeiten eingegangen. Es wurde deutlich, dass nach heutiger Kenntnislage der Schuleintritt im Bereich der Arithmetik, wie auch im gesamten mathematischen Bereich, nicht als *‚Stunde null'* angesehen werden kann. Auch in verschiedenen Untersuchungen (u.a. KRAJEWSKI 2003, KAUFMANN 2003, WEISSHAUPT et al. 2006) konnte gezeigt werden, dass im Vorschulalter der Grundstein für die Schulmathematik gelegt wird. Gleichzeitig konnte nachgewiesen werden, dass die Defizite *‚rechenschwacher'* Grundschüler (vgl. LANDERL et al. 2004, zit. n. KRAJEWSKI et al. 2009, 28), aber sogar *‚rechenschwacher'* Schüler der Sekundarstufe eins (vgl. MOSER-OPITZ 2007, zit. n. ebd., 28), gerade im Bereich der elementaren Mengen-Zahlen-Kompetenzen liegen.

Aus den im vorherigen Kapitel vorgestellten Ansätzen und Modellen kann ein zu erwartendes Entwicklungsniveau von Schulanfängern abgeleitet werden. Ob Schulanfänger aber tatsächlich die entsprechenden Kompetenzen aufweisen, ist fraglich. Bevor in Kapitel sechs die Ergebnisse der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchung bezüglich des Entwicklungsniveaus von Vorschülern aus Regelkindergärten und von Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* aus dem Großraum Reutlingen dargelegt und gegenübergestellt werden, wird im folgenden Abschnitt zunächst auf die durchschnittlich vorhandenen mathematischen Vorläuferfertigkeiten von Schulanfängern eingegangen, über die in bereits vorhandener Literatur berichtet wird.

3.1 Mathematische Vorläuferfertigkeiten von Schulanfängern zu Beginn der Grundschulzeit

In der Regel lernen Kinder, auf vielfältige und meist spielerische Weise, bereits in ihren ersten Lebensjahren die Bedeutung von Zahlen kennen (vgl. HASEMANN 2006, 67). Ein Großteil der Schulanfänger verfügt daher schon über eine Vielzahl an mathematischen Vorläuferfertigkeiten. Gleichzeitig gibt es aber auch Schulanfänger, die kaum Vorerfahrungen mitbringen (vgl. KRAJEWSKI et al. 2008a, 135). Manche Forscher (z. B. SCHULZ 1995, zit. n. KRAJEWSKI 2005a, 150) gehen, bezogen auf die vorhandenen mathematischen Vorläuferfertigkeiten bei Schuleintritt, von einem Unterschied von bis zu vier Entwicklungsjahren aus. Durch diese erheblichen individuellen Unterschiede müssen Lehrer im Anfangsunterricht mit einer großen Leistungsbandbreite rechnen und dürfen sich nicht von den Leistungen einzelner Schüler blenden lassen. Insgesamt tendieren Lehrer im Anfangsunterricht dazu, die nicht nur auf den Alltag bezogenen Mathematikleistungen der Schulanfänger eher zu überschätzen (vgl. KRAJEWSKI, SCHNEIDER 2006, 247; SCHÄFER SS 2011).

In mehreren Studien wurde in den letzten Jahren untersucht, welche mathematischen Kompetenzen Vorschulkinder am Ende ihrer Kindergartenzeit bzw. bei Schuleintritt aufweisen. Die folgenden Ergebnisse beziehen sich auf Studien von Krajewski (2008b) sowie Grassmann et al. (2002, zit. n. Klewitz et al. 2008, 16), Hasemann (2003, zit. n. ebd., 16), Caluori (2004) und Grüssing (2006), die seit 2002 durchgeführt wurden:

- Über 75% der untersuchten Vorschüler können bis zu fünf Objekte simultan wahrnehmen, bis 20 zählen und in diesem Zahlenraum großteils den Nachfolger einer bestimmten Zahl nennen, von fünf aus rückwärtszählen, alle zehn Ziffern (0-9) lesen, selbst abgezählte Anzahlen mit Material darstellen und angeben, dass vier größer als drei ist.
- Etwa 60% können zudem den Vorgänger einer Zahl nennen, von einer bestimmten Zahl bis 15 weiterzählen, Mengenvergleiche von imaginären Mengen im Zahlenraum bis 15 durchführen, Objekte der Größe nach ordnen sowie eins-zu-eins zuordnen, auch wenn Zählen nicht möglich ist, und im Zahlenraum bis 20 eine Seriation herstellen.
- Etwa 50% ist es auch zusätzlich möglich in Zweierschritten bis 14 zu zählen, 20 Objekte in geordneter und ungeordneter Anordnung abzuzählen, die Augensumme von zwei Würfeln zusammenzuzählen und Additionsaufgaben im Zahlenraum bis zehn zu bewältigen.

Eher weniger erwartet werden kann von Schulanfängern hingegen, dass sie mehr als fünf Ziffern schreiben, die Anzahl neun quasisimultan erfassen, im Zahlenraum bis 20 rückwärtszählen, eine bestimmte Position (..te) in einer Reihe zeigen und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis zehn ohne Abzählen bewältigen können (vgl. Klewitz et al. 2008, 15-21; Krajewski 2008b, 126ff.).

Krajewski (2003, 189) konnte zudem zeigen, dass Jungen im Kindergartenalter ein besseres Zahlenwissen als Mädchen aufweisen.

Bereits weiter oben wurde auf die Bedeutung der mathematischen Vorläuferfertigkeiten kurz eingegangen. Neben dem angedeuteten Einfluss auf die späteren schulischen Mathematikleistungen konnte u.a. von Krajewski (2003, 171-175), aber vor allem von Krajewski und Schneider (2006), zusätzlich gezeigt werden, dass die mathematischen Vorläuferfertigkeiten speziell die Mathematikleistungen beeinflussen und gleichzeitig keine Auswirkung auf die Schriftsprachleistungen haben. Daher werden sie als *‚spezifische Prädiktoren'* für die Mathematikleistungen in der Grundschule bezeichnet. Daneben gibt es auch Faktoren, die eine notwendige, aber keine *„hinreichende Bedingung für den Aufbau mathematischer Kompetenzen"* (Werner 2009, 111) sind und zudem sowohl Mathematik- als auch Schriftsprachleistungen beeinflussen. Diese werden als *‚unspezifische Prädiktoren'* zusammengefasst (vgl. ebd., 110f.). Auf diese verschiedenen Arten von Prädiktoren soll im kommenden Abschnitt näher eingegangen werden.

3.2 Spezifische und unspezifische Prädiktoren für Mathematikleistungen in der Grundschule nach Krajewski und Schneider

Schon in den 1980er-Jahren wurden mehrere Studien durchgeführt, die die Zusammenhänge von vorschulischen Kompetenzen mit schulischen Mathematikleistungen untersuchten (vgl. Krajewski, Schneider 2006, 248). Allerdings konnten diese nicht die Anforderungen erfüllen, die Schneider (1989, zit. n. ebd., 247f.) zur Untersuchung *‚spezifischer Prädiktoren'* stellt: Die Vorhersagemerkmale sollen ‚*theoriegeleitet*' ausgewählt werden, zwischen den gemessenen Fertigkeiten soll eine *‚kausale Beziehung'* bestehen und zudem sollen diese, im Falle von mathematischen Vorläuferfertigkeiten, *‚spezifisch'* Mathematikleistungen vorhersagen.

Bis März 1999 wurden diese Anforderungen nur von der LOGIK-Studie erfüllt. Da diese Studie aber einen großen thematischen Umfang hat und numerische Fähigkeiten nur einen kleinen Anteil ausmachen, beziehen sich die folgenden Ausführungen hauptsächlich auf die Ergebnisse einer vierjährigen (1999-2003) Langzeitstudie von Krajewski und Schneider (ebd.), *„die die Identifikation von spezifischen mathematischen Vorläuferfertigkeiten zum Ziel hatte“* (ebd., 246). Die Ergebnisse dieser Studie sind in Abb. 4 zusammengefasst.

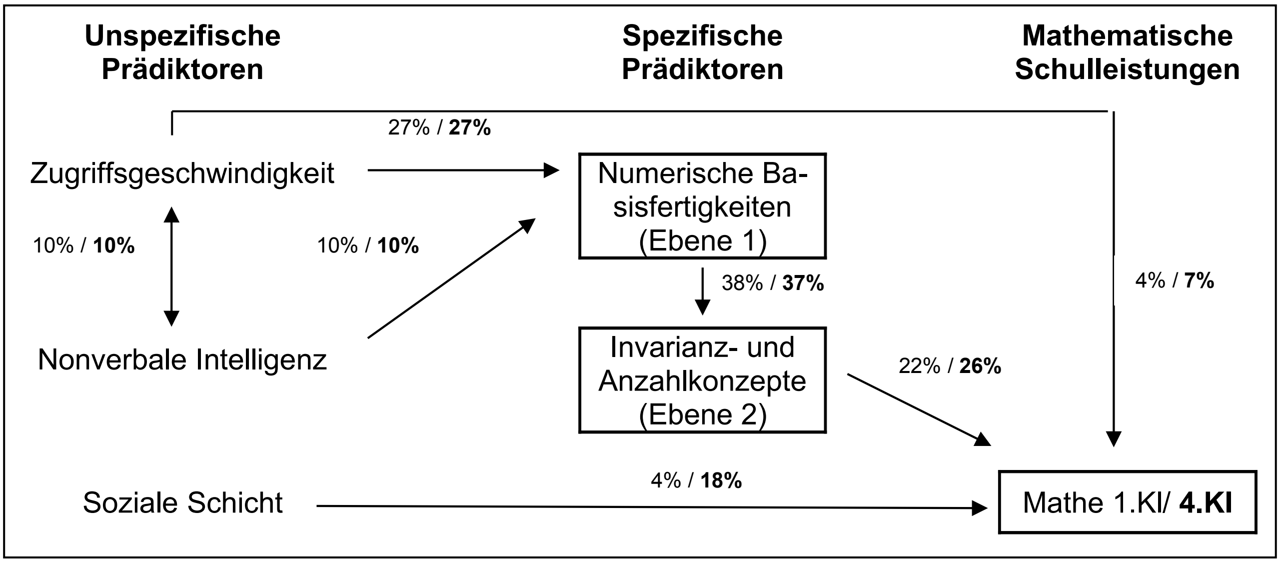


Abb. 4: Ergebnisse der Langzeitstudie von Krajewski und Schneider - Strukturgleichungsmodell zur Vorhersage mathematischer Schulleistungen in Klasse 1 (jeweils dünn gedruckter Wert) und Klasse 4 (jeweils fett gedruckter Wert) anhand der zwei Monate vor Schuleintritt erfassten Prädiktoren. Die Pfeile geben die jeweiligen (nur signifikante) Pfade mit der entsprechenden Vorhersagewahrscheinlichkeit an. Ebene 1 und 2 beziehen sich auf das Entwicklungsmodell nach Krajewski (erstellt nach Krajewski, Schneider 2006, 256f).

- **Spezifische Prädiktoren**

Aus Abbildung 4 wird ersichtlich, dass Krajewski und Schneider nur die ***numerischen Basisfertigkeiten*** (vgl. Modell nach Krajewski in Kapitel zwei) sowie die ***Invarianz- und Anzahlkonzepte*** als spezifische Prädiktoren für die schulischen Mathematikleistungen identifizieren konnten:

Die numerischen Basisfertigkeiten haben zwar keinen direkten Einfluss auf die schulischen Mathematikleistungen. Da sie aber, im Vergleich zu sämtlichen anderen Prädiktoren, einen relativ starken Einfluss auf die Invarianz- und Anzahlkonzepte haben und diese wiederum recht gut die Mathematikleistungen am Ende der ersten und vierten Klasse voraussagen und gleichzeitig keinen Einfluss auf die Schriftsprachleistungen haben, können neben den Invarianz- und Anzahlkonzepten auch die numerischen Basisfertigkeiten als spezifische Prädiktoren angesehen werden. Insbesondere die numerischen Basisfertigkeiten werden deutlich von der Zugriffsgeschwindigkeit und der nonverbalen Intelligenz beeinflusst. Da diese Kompetenzen aber auch andere Schulleistungen beeinflussen, gehören sie nicht zu den spezifischen Prädiktoren (vgl. ebd., 256-260).

Auch GERSTER und SCHULZ (2004, 238) kommen zu ähnlichen Ergebnissen: Sie bezeichnen die Zählfertigkeiten, protoquantitative Mengenurteile sowie die Erfassung, Reproduktion, Analyse und Synthese von Mustern als Grundbausteine für die schulischen Mathematikleistungen.

Des Weiteren können ebenfalls internationale Untersuchungen diese Ergebnisse bestätigen. In einer finnischen Studie (vgl. AUNOLA, LESKINEN, LERKKANEN und NURMI 2004, zit. n. KRAJEWSKI et al. 2008a, 136) konnte beispielsweise gezeigt werden, dass die vorhandenen Zählfertigkeiten als zuverlässige Prädiktoren der Mathematikleistungen in der ersten Klasse gelten.

➢ **Unspezifische Prädiktoren**

Als unspezifische Prädiktoren vermuteten KRAJEWSKI und SCHNEIDER (2006) zunächst folgende Kompetenzen: Allgemeine Intelligenz, soziale Schicht, Gedächtnisfähigkeiten, visuelle Vorstellungsfähigkeit, Konzentration und Sprachverständnis. In ihrer Studie konnten sie aber feststellen, dass nur der *‚schnelle Zugriff auf phonologische Informationen aus dem LZG'*, die *‚soziale Schicht'* und in geringem Maße die *‚allgemeine intellektuelle Fähigkeit'* dazu zu zählen sind:

Die ***Zugriffsgeschwindigkeit*** beeinflusst signifikant die numerischen Basisfertigkeiten, gleichzeitig hat sie auch Einfluss auf die schulischen Mathematikleistungen. Da sie aber auch Varianz in den Rechtschreibleistungen aufklärt, zählt sie zu den unspezifischen und nicht zu den spezifischen Prädiktoren (vgl. ebd., 259).

Die ***soziale Schicht*** hat zunächst kaum eine Bedeutung für die Schulleistungen. Ihr Einfluss nimmt aber im Verlauf der Grundschulzeit deutlich zu. Unterschiede in den Mathematikleistungen, die bereits vor Schulbeginn bestanden, können dadurch jedoch nicht ausgeglichen werden. Da für diese Komponente die Stichprobe in der Studie von KRAJEWSKI und SCHNEIDER allerdings recht gering war, sollten zur Verallgemeinerung die Ergebnisse nochmals repliziert werden (vgl. ebd., 257, 259).

Die ***nonverbale Intelligenz*** beeinflusst die Schriftsprachleistungen sowie die numerischen Basisfertigkeiten. Daher hat sie insbesondere im Kindergartenalter eine bedeutsame Rolle. Ihr Einfluss auf die schulischen Mathematikleistungen nimmt dann aber im Laufe der Grundschulzeit beständig ab. Zudem liefert sie keinen zusätzlichen Vorhersagebeitrag, wenn gleichzeitig auch das Vorwissen erhoben wird. Dies konnte auch in der LOGIK- und der SCHOLASTIK-Studie nachgewiesen werden (vgl. ebd., 259).

Einen gewissen Einfluss auf die numerischen Basisfertigkeiten, aber insgesamt nur einen geringen Zusammenhang mit mathematischen Schulleistungen konnten KRAJEWSKI und SCHNEIDER für die phonologische Gedächtniskapazität, das visuell-räumliche Vorstellungsvermögen, das Sprachverständnis und die Konzentration nachweisen. KAUFMANN (2003) hingegen spricht speziell dem visuell-räumlichen Vorstellungsvermögen eine bedeutsame Rolle für die schulischen Mathematikleistungen zu.

Andere Autoren (z.B. LORENZ 2003, zit. n. WERNER 2009, 114) gehen bei den unspezifischen Prädiktoren noch deutlich weiter. So zählen sie beispielsweise auch die Entwicklung des Körperschemas oder die Figur-Hintergrund-Differenzierung dazu. Inwieweit diese Prädiktoren allerdings theoriegeleitet ausgewählt wurden, kann im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter verfolgt werden.

Aus der Untersuchung von KRAJEWSKI und SCHNEIDER (2006) geht hervor, dass insbesondere die *‚spezifischen Prädiktoren'* eine allgemeine Vorhersage von Unterschieden in den schulischen Mathematikleistungen erlauben. Inwieweit damit speziell auch *‚rechenschwache'* Kinder identifiziert werden können, soll im Folgenden geklärt werden. Zunächst soll hierfür jedoch eine kurze Definition und Charakterisierung von *‚Rechenschwäche'* vorgenommen werden.

3.3 Vorhersagbarkeit von *‚Rechenschwäche'*

‚Rechenschwäche' zählt zu den schulischen Teilleistungsschwächen und äußert sich in weit unterdurchschnittlichen Leistungen im arithmetischen Bereich (vgl. STREIT SS 2007). Die ICD-10[10] der WHO[11] bezeichnet diese Teilleistungsschwäche als *„Rechenstörung"* (DIMDI 2011) und definiert sie anhand einer sog. *‚Diskrepanzdefinition'*. Danach handelt es sich bei Rechenstörungen um eine *‚umschriebene'* Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch allgemeine Intelligenzminderung, eindeutig unangemessene Beschulung sowie neurologische oder sonstige Erkrankungen erklärbar ist. Da durch diese Definition Schüler ausgeschlossen werden, die neben Problemen im mathematischen Bereich auch Schwierig-

[10] **10**. Revision der **I**nternational **C**lassification of **D**iseases and Related Health Problems: Verschlüsselungssystem für Krankheitsdiagnosen, erstellt von der WHO.
[11] **W**orld **H**ealth **O**rganization, eine Organisation der Vereinigten Nationen mit Sitz in Genf.

keiten in den Lese- und Rechtschreibleistungen aufweisen (u.a. geistig behinderte Schüler), wird dieser Ansatz pädagogischen Ansprüchen nicht gerecht (vgl. KLEWITZ et al. 2008, 7).

Kernprobleme bei Kindern mit *‚Rechenschwäche'* sind das *‚Rechnen nach Rezept'*[12], ein einseitiges Zahlverständnis[13], ein fehlendes Verständnis des dezimalen Stellenwertsystems, *‚zählendes Rechnen'* (vgl. 2.1.2.2) sowie die fehlende Automatisierung von Basisfakten (vgl. STREIT SS 2007).

‚Rechenschwäche' macht sich meist erst in der Grundschulzeit bemerkbar. Die Defizite bestehen in der Regel jedoch wahrscheinlich schon im Vorschulalter (vgl. Lorenz 2006, 55). Tatsächliche Ursachen, im Sinne von kausalen Wirkungszusammenhängen, sind für die Entstehung von *‚Rechenschwäche'* bisher noch nicht bekannt. Es werden allerdings verschiedene Faktoren, die im Individuum selbst sowie in seinem familiären, sozialen und schulischen Umfeld liegen, diskutiert (vgl. KLEWITZ et al. 2008, 11). Obwohl dabei individuelle Unterschiede (z.B. Gedächtnis oder visuelle Aufmerksamkeit) nicht von der Hand zu weisen sind, wird vermutet, dass *‚rechenschwache'* Kinder vieles einfach nicht können, da sie dafür bisher keine entsprechende Förderung erhalten haben und die erforderlichen Vorläuferfertigkeiten nicht aufbauen konnten (vgl. GAIDOSCHIK 2007, 9f.). Man geht inzwischen davon aus, dass in den meisten Fällen die fehlenden Vorläuferfertigkeiten mit einem geeigneten Förderprogramm im Vorschulalter noch aufgebaut werden können und dadurch einer *‚Rechenschwäche'* vorgebeugt werden kann (vgl. PEUCKER, WEISSHAUPT 2005, 305; KRAJEWSKI et al. 2008a, 137).

Inwieweit sich *‚Rechenschwäche'* vorhersagen lässt, ist bisher nicht eindeutig geklärt. Internationale Studien zeigen jedoch Zusammenhänge zwischen der Beherrschung bestimmter mathematischer Vorläuferfertigkeiten und der Früherkennung von Rechenschwierigkeiten (vgl. KRAJEWSKI 2008a, 282f.). Auch in Deutschland wurden Studien in diese Richtung durchgeführt. Beispielsweise untersuchte KRAJEWSKI (2003, 193ff.), inwieweit sich *‚Rechenschwäche'* bereits mit den vorhandenen vorschulischen Mengen- und Zahlenkompetenzen ein halbes Jahr vor Schuleintritt voraussagen lässt. Sie konnte zeigen, dass die meisten Kinder (etwa 60%), die am Ende der ersten Klasse als *‚rechenschwach'* galten, schon vor Schuleintritt in mehr als einem der Bereiche Seriation, Mengenvergleich, Zahlwissen, Zählfertigkeiten und Rechenfertigkeiten zu den schwächsten 15 Prozent gehörten und damit als *‚risikogefährdet'* klassifiziert worden waren. Besonders gut war die Voraussage dann, wenn die Mengen- und Zahlenkompetenzen tatsächlich ein halbes Jahr vor Schuleintritt erhoben wurden. Für Kinder, die Ende der zweiten Klasse als *‚rechenschwach'* galten, lag die Trefferquote dabei immer noch bei knapp 50 Prozent. Demgegenüber konnten 94 Prozent (bzw. 97 Prozent) der Kinder, die bis zum Ende der ersten (bzw. zweiten) Klasse keine *‚Rechenschwäche'* ent-

[12] ***‚Rechnen nach Rezept'***: Ein häufig unverstandenes Abarbeiten eines Lösungsmusters.
[13] **Einseitiges Zahlverständnis**: Meist werden hierbei Zahlen nur als Position auf einem Zahlenstrahl gesehen.

wickelten, bereits vor Schuleintritt als unauffällig klassifiziert werden. Daher gilt, dass Kinder, die vor Schuleintritt als *‚risikogefährdet'* eingeschätzt werden, nicht zwangsläufig eine Rechenschwäche entwickeln, aber doch ein Auge auf sie geworfen werden sollte bzw. sie eine spezifische Förderung erhalten sollten. Zudem konnte KRAJEWSKI zeigen, dass zur Vorhersage von *‚Rechenschwäche'* die Hinzunahme der Intelligenz oder unspezifischer Gedächtnisfähigkeiten zu keiner höheren, sondern vielmehr einer niedrigeren Trefferquote (durch Intelligenz: 1. Klasse 43%, 2. Klasse 26%) führte.

Insgesamt ähnliche Ergebnisse liefert auch eine Studie von WEISSHAUPT et al. (2006). Daher kann davon ausgegangen werden, dass sich *‚Rechenschwäche'* tatsächlich in hohem Maße durch Defizite in den spezifischen Prädiktoren und somit mithilfe der mathematischen Vorläuferfertigkeiten vorhersagen lässt. Defizite in den unspezifischen Prädiktoren weisen hingegen wohl auf eine allgemeine Lernstörung hin (vgl. KRAJEWSKI 2003, 190-193).

Wie bereits erwähnt wird vermutet, dass *‚Rechenschwäche'* bereits im Vorschulalter vorgebeugt werden kann (vgl. KRAJEWSKI 2005a, 162). Ziel zukünftiger Forschung sollte es sein, diesen Fördereffekt tatsächlich nachzuweisen, damit *„aus dem ‚Risiko Rechenschwäche' tatsächlich kein ‚Schicksal Rechenschwäche' wird"* (ebd., 163). Auch wenn die entsprechenden Ergebnisse bisher nicht offiziell vorliegen, sollten mögliche Defizite schon möglichst früh diagnostiziert werden, damit auch frühzeitig mit einer angemessenen Förderung begonnen werden kann.

Auf mögliche Diagnoseverfahren, die bereits im Vorschulalter eingesetzt werden können, soll im nächsten Kapitel eingegangen werden. Dabei ist allerdings zu beachten, dass *„Standorte-Bestimmungen (…) ihre Legitimation allein als tüchtige Hilfe bei der produktiven Suche nach geeigneten Lernherausforderungen [erfahren] – sie hingegen als Mittel – womöglich – stigmatisierend wirkender Selektion für ein zukünftiges Eintreten von Lernschwierigkeiten zu nehmen, [sich] verbietet"* (SCHMIDT 2003, 43).

4. Eine Auswahl an aktuellen diagnostischen Verfahren zur Erfassung mathematischer Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter

Wie in Kapitel drei dargestellt, beeinflussen Defizite in den mathematischen Vorläuferfertigkeiten in einem nicht zu unterschätzenden Maße die Mathematikleistungen in der gesamten Grundschulzeit. Moser Opitz (2007, zit. n. Krajewski et al. 2009, 28) geht sogar von noch weiterführenden Effekten aus. Um solchen Defiziten möglichst effektiv mit einer adäquaten Förderung entgegenwirken zu können, ist es äußerst wichtig, schon frühzeitig das mathematische Kompetenzniveau, speziell der Ebenen eins und zwei im Modell nach Krajewski (vgl. 2.1.3.1), zu erfassen (vgl. Krajewski 2008b, 127). Ob sich dafür eher standardisierte oder informelle Testverfahren eignen, wird bisher kontrovers diskutiert (vgl. Kaufmann 2006, 160). Da beide Varianten ihre Vorteile haben (Vergleich an Normstichprobe möglich vs. individueller Lösungsweg ersichtlich), wäre wahrscheinlich eine Kombination aus beiden Formen optimal.

Im Gegensatz zur Schriftsprachforschung existieren im deutschsprachigen Raum bisher insgesamt nur wenige diagnostische Verfahren, die speziell auf mathematische Kompetenzen im Vorschulbereich ausgerichtet sind und damit nicht auf ein im Mathematikunterricht erworbenes Wissen abzielen. Es besteht vor allem ein Bedarf an Diagnoseverfahren, die alltagstauglich sind und flächendeckend (z.B. Gruppenscreening) eingesetzt werden können (vgl. Grüssing 2006, 124).

In den folgenden Abschnitten sollen nun mehrere aktuelle diagnostische Verfahren exemplarisch vorgestellt werden. Sie wurden alle in den letzten Jahren entwickelt und basieren auf den aktuellen Forschungsansätzen, die in Kapitel zwei vorgestellt wurden. In allen Testverfahren soll das vorhandene Zahlverständnis untersucht werden; manche gehen zusätzlich noch auf andere Bereiche ein. Die verschiedenen Verfahren unterscheiden sich in ihrer Durchführung, ihrer Standardisierung und ihrer konkreten Zielgruppe. Daher muss der Einsatz eines speziellen Testverfahrens jeweils vorab gut durchdacht werden:

Beim *‚Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung'* (vgl. Brachet 2006) handelt es sich um ein internationales standardisiertes Testverfahren, das *‚elementarmathematische Basisinterview'* (vgl. Peter-Koop et al. 2007) wird als aufgabengestütztes Interview durchgeführt und das *‚Freiburger Screening'* (vgl. Gerster, Schultz 2010a) ist ein Gruppenscreening. Sie alle eigenen sich für den Einsatz im letzten Kindergartenjahr. Die *‚Diagnose mathematischer Basiskompetenzen'* (vgl. Hellmich, Jansen 2008, zit. n. Hellmich 2010, 205f.) hingegen ist besonders für den Einsatz bei noch jüngeren, etwa vierjährigen Kindern, geeignet.

Sehr *‚leistungsstarken'* Vorschülern werden diese Verfahren nicht immer gerecht. Für diese Zielgruppe bietet sich eher der Einsatz des *DEMAT 1+* (Deutscher Mathematiktest für erste Klassen von Krajewski, Küspert und Schneider 2003, zit n. ebd., 206) an, auf den im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht näher eingegangen wird (vgl. ebd., 206).

Inwieweit sich die vier vorgestellten diagnostischen Verfahren für den Einsatz bei Kindergartenkindern mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* eignen, ist bisher wohl nicht bekannt. Im Praxisteil dieser Arbeit soll zumindest das *'Freiburger Screening'* daraufhin untersucht werden.

4.1 Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ)

Der OTZ (vgl. BRACHET 2006) ist sozusagen das Gegenstück zum *'Bielefelder Screening'* aus dem Schriftsprachbereich (vgl. HASEMANN 2006, 73). Es handelt sich um einen Einzeltest, bei dem in einem halbstandardisierten Interview (vgl. CALUORI 2004, 78) das aktuelle Niveau der Zahlbegriffsentwicklung sowie die Voraussetzungen, die ein Kind zum Rechnen mitbringt, erfasst werden. Die Bearbeitungszeit beträgt etwa 25-30 Minuten (vgl. BRACHET 2006).

Der Test basiert auf keinem bestimmten Curriculum, sondern baut auf der Grundlage aktueller Untersuchungen zur Zahlbegriffsentwicklung auf. Ursprünglich wurde er 1994 von VAN LUIT und VAN DE RIJT in den Niederlanden entwickelt, bevor er von HASEMANN ins Deutsche übersetzt und neu normiert wurde (vgl. ebd.). In Deutschland wird er seit 2001 eingesetzt, laut Testzentrale (2000) gibt es derzeit im deutschsprachigen Raum keinen vergleichbaren Test.

Mit dem OTZ können frühe mathematische Kompetenzen von Kindern im Alter zwischen 4;6[14] und 7;6 Jahren erhoben werden. Zur Auswertung (mit Prozenträngen) gibt es fünf, nach Altersgruppen differenzierte Normgruppen (vgl. BRACHET 2006). Die Ergebnisse eines jeden Kindes können somit relativ zu seinen Altersgenossen in Beziehung gesetzt werden, und es lässt sich feststellen, in welchen Bereichen ggf. besondere Stärken oder Defizite vorliegen.

Der OTZ wird hauptsächlich in Kindergärten sowie in Vor-, Grund- und Förderschulen eingesetzt. Besonders eignet er sich für den Einsatz in der Mitte des letzten Kindergartenjahres. Für Kinder, die bereits den regulären Anfangsunterricht besucht haben, ist er hingegen eher zu einfach (vgl. CALUORI 2004, 90).

Um die Entwicklung des frühen Zahlbegriffs umfassend darstellen zu können, werden folgende acht Komponenten des Wissens über numerische und nicht-numerische Quantitäten mit jeweils fünf Aufgaben (vgl. ebd., 79), auf eher bildlicher Ebene (vgl. GRÜSSING 2006, 125), untersucht: *'Vergleichen'*, *'Klassifizieren'*, *'Eins-zu-Eins-Zuordnen'*, *'nach Reihenfolge ordnen'*, *'Zahlwörter benutzen'*, *'synchrones Zählen'*, *'resultatives Zählen'* sowie *'Anwenden von Zahlenwissen'* (vgl. CALUORI 2004, 79-83).

Es liegen zwei Parallelformen des Tests vor. Dadurch ist es möglich, dass Kinder zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal mit dem gleichen Test, aber mit neuen Aufgaben, getestet werden können. Dies ist beispielsweise dann sinnvoll, wenn beim ersten Durchlauf unglaubwürdige Resultate ermittelt wurden (vgl. ebd., 85f.)

[14] Die Angabe **4;6 Jahre** steht für ein Alter von vier Jahren und sechs Monaten.

Positiv kann hervorgehoben werden, dass der OTZ eine gute Einschätzung der Voraussetzungen für den mathematischen Anfangsunterricht erlaubt und zeitökonomisch durchgeführt werden kann. Er eignet sich weniger für einen flächendeckenden Einsatz, sondern dient eher zur Diagnostik einzelner Kinder. Bemängelt wird, dass im Testmanual keine Fördervorschläge angeführt werden (vgl. KLEWITZ et al. 2008, 38).

4.2 Elementarmathematisches Basisinterview (EMBI)

Das EMBI (vgl. PETER-KOOP et al. 2007) beruht auf einem in Australien erprobten und evaluierten Interviewverfahren zur Untersuchung der Bereiche *'Zahlen und Operationen'*, *'Raum und Form'* sowie *'Größen und Messen'*. Zielgruppe sind Kinder im Alter von fünf bis acht Jahren, zur Erfassung mathematischer Vorläuferfertigkeiten gibt es für Vorschulkinder einen speziell entwickelten Interviewteil. Für den deutschsprachigen Raum wurde es von PETER-KOOP, WOLLRING, SPINDELER und GRÜSSING 2007 herausgegeben.

Im Vorschulbereich werden materialbasierte Aufgaben (vgl. ebd., 11), zum Zählen, zur Mengenkonstanz, zu Mengenrelationen, zu Lagebeziehungen, zu Mustern, zu Ordinalzahlen, zur Simultanerfassung, zur Mengen-Zahl-Zuordnung sowie zur Eins-zu-Eins-Zuordnung, eingesetzt (vgl. WERNER 2009, 143). Besondere Bedeutung hat die Verbalisierung der durchgeführten Handlungen. Die Durchführung in Einzel- und Gruppeninterviews dauert in der Regel 20-30 Minuten. Sind Konzentrationsprobleme ersichtlich, kann das Interview unterbrochen und zu einem späteren Zeitpunkt weitergeführt werden. Um Überforderung zu vermeiden, gibt es für jede Aufgabe, außer im Vorschulteil, eindeutige Abbruchkriterien (vgl. PETER-KOOP et al. 2007, 8).

Es handelt sich um ein aufgabengestütztes Interview, anhand dessen die mathematischen Basiskompetenzen von Kindern analysiert werden können. Da das Diagnoseverfahren bisher nur rein informellen Charakter hat, ist der Vergleich zu Gleichaltrigen nicht präzise möglich. Dennoch können die Ergebnisse Grundlage für die Erarbeitung individueller Förderpläne sein oder zur Dokumentation des Lernfortschritts von *'Risikokindern'* eingesetzt werden (vgl. ebd., 4ff.). Für einen flächendeckenden Einsatz ist es hingegen eher weniger geeignet.

4.3 *'Freiburger Screening'*

Das *'Freiburger Screening'* (vgl. GERSTER, SCHULTZ 2010a) wurde von einem Arbeitskreis um GERSTER und SCHULTZ, den sog. *'LernberaterInnen'* der Pädagogischen Hochschule Freiburg, als Gruppenscreening entwickelt. Ursprünglich war es für den Einsatz sieben bis zehn Wochen nach Schulbeginn, also für die Zeit rund um die Herbstferien, konzipiert. Nun soll überprüft werden, ob es sich nicht auch schon für den Einsatz im letzten Kindergartenhalbjahr eignet. Daher befindet sich das *'Freiburger Screening'* noch in einer Erprobungsphase. Die aktuelle Fassung stammt aus dem Jahr 2010, Ergebnisse wurde bislang noch nicht veröffentlicht.

Mit dem *‚Freiburger Screening'* wird das Zahlverständnis der Kinder, speziell über das Teile-Ganze-Konzept, ermittelt. Die Bearbeitungszeit beträgt circa 30 Minuten (vgl. ebd.). Im didaktischen Kommentar (vgl. SCHÄFER 2010) sind einige Fördervorschläge aufgeführt, die in eine anschließende Förderung integriert werden können.

Da im Praxisteil dieser Arbeit das *‚Freiburger Screening'* zur Erhebung der Daten benutzt wird, wird in Kapitel sechs dieses Verfahren noch detaillierter vorstellt.

4.4 Diagnose mathematischer Basiskompetenzen (DMB)

Das Verfahren zur *‚Diagnose mathematischer Basiskompetenzen'* (vgl. HELLMICH, JANSEN 2008, zit. n. HELLMICH 2010, 205f.) wurde 2008 von HELLMICH und JANSEN publiziert. In Einzelinterviews sollen in etwa 20 Minuten spezifische Basiskompetenzen von Kindern im Vergleich zu Gleichaltrigen erfasst werden (vgl. HÖNTGES et al. 2009, 2f.). Dadurch soll ein individuelles Entwicklungsniveau bestimmt werden. Dies macht einen flächendeckenden Einsatz schwierig.

Der Test enthält Aufgabenstellungen zu den Inhaltsbereichen *‚Arithmetik'*, *‚Geometrie'*, *‚Größen'*, *‚Muster und Strukturen'* sowie zum *‚Umgang mit Daten und Wahrscheinlichkeit'*. Im Bereich Arithmetik werden folgende Teilaspekte näher untersucht: Zählfertigkeiten im Zahlenraum bis 20, Erkennen von Zahlsymbolen und Mengen-Zahlen-Zuordnungen, Aufgabenstellungen zum Kardinal- und Ordinalzahlaspekt sowie zum Addieren und Subtrahieren (mit und ohne Möglichkeit des Abzählens) (vgl. ebd., 1ff.).

In Nordrhein-Westfalen wurde der Test evaluiert. Es zeigte sich, dass er speziell für Kinder im Alter von vier Jahren geeignet ist (vgl. ebd., 3.). Damit ist die primäre Zielgruppe noch deutlich jünger als bei den bisher vorgestellten Testverfahren. Da dieser Test weit über den Bereich Arithmetik heraus geht, unterscheidet er sich von den anderen diagnostischen Verfahren für den Vorschulbereich.

5. Wichtige Kriterien für eine Förderung mathematischer Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und eine Auswahl an aktuellen Förderprogrammen

Verschiedene Befunde legen nahe, *„dass Risiken für Rechenschwäche nicht nur vorhergesagt werden können, sondern dass schulischen Rechenschwierigkeiten durch ein geeignetes Förderprogramm auch frühzeitig vorgebeugt werden kann“* (KRAJEWSKI 2005b, 68). Während es sich bei einer Fördermaßnahme im letzten Kindergartenjahr, insbesondere bei auffälligen Kindern, tatsächlich um eine gezielte Förderung (Fokussierung auf den Zahlbegriffserwerb) durch Förderprogramme handelt, ist darunter gleichzeitig auch eine allgemeine mathematische Förderung (insbesondere der mathematischen Basisfertigkeiten) durch alltägliche Aktivitäten zu verstehen. Dabei soll jedoch nicht das vorgeholt werden, was bislang in der Grundschule gelernt wurde, sondern vielmehr ist es das Ziel, dass die Vorschüler Mathematik als etwas Alltägliches erfahren, positive Emotionen gegenüber Mathematik aufbauen und bis zum Schuleintritt insgesamt auf einen vergleichbaren Stand gebracht werden (vgl. KRAJEWSKI et al. 2009, 28ff.).

Die Fokussierung auf eine frühe Förderung mathematischer Kompetenzen geht vor allem auf die Bildungsdiskussion aufgrund der Ergebnisse der PISA-Studie zurück und ist inzwischen auch in den neuen deutschen Bildungs- bzw. Orientierungsplänen der Kindertageseinrichtungen verankert (vgl. HELLMICH 2010, 202f.). Im *‚Orientierungsplan für Bildung und Erziehung für die baden- württembergischen Kindergärten’* von 2009 heißt es dazu:

> *„[Es] sollen Kindern Möglichkeiten geboten werden, die Welt der Mathematik zu entdecken, beim Würfelspiel, beim Tischdecken, (…). Kinder erleben Mathematik täglich und in vielen Situationen. Sie bewegen Formen, Figuren, (…). Das Sortieren, Ordnen, Benennen und Beschreiben (…) ermöglicht und fördert mathematisch-naturwissenschaftliches Erleben und Denken genauso wie der Umgang mit verschiedenen Stoffen und die Erlaubnis zum angeleiteten Experimentieren“ (ENGEMANN 2006, 101f.).*

Um aus der Fülle der derzeit verfügbaren Materialien eine geeignete Auswahl treffen zu können, bedarf es einiger fachdidaktischer Kriterien (vgl. KRAJEWSKI et al. 2009, 30). KRAJEWSKI (2008a) hat solche Kriterien erarbeitet, auf welche im kommenden Abschnitt näher eingegangen werden soll.

Zuvor ist jedoch anzumerken, dass in ersten empirischen Studien (z. B. KAUFMANN 2003) zwar der Erfolg präventiver Förderung bestätigt werden konnte, im deutschsprachigen Raum aber trotzdem bisher kein Frühförderprogramm vorliegt, das auf seinen Erfolg bezüglich der Vorbeugung späterer Rechenschwierigkeiten überprüft wurde (vgl. KRAJEWSKI 2005b, 69). Zudem wird der Einsatz von Frühförderprogrammen insgesamt betrachtet mitunter kritisch bewertet (vgl. HELLMICH 2010, 208).

5.1 Wichtige Kriterien für eine Förderung mathematischer Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter nach Krajewski

Krajewski (2008a) hat für eine erfolgreiche Förderung mathematischer Vorläuferfertigkeiten drei Kriterien aufgestellt. Diese sollen im Folgenden kurz erläutert werden:

➢ ***Fokussierung auf mathematische Inhalte (inhaltsspezifische Förderung)***

Wie sich wohl schon bei der Förderung im Schriftsprachbereich gezeigt hat, lassen sich unspezifische Prädiktoren, wie beispielsweise die Gedächtniskapazität, kaum trainieren. Daher sollte der Fokus einer mathematischen Frühförderung auf den Aufbau von Mengen-Zahlen-Kompetenzen gelegt werden (vgl. ebd., 285).

➢ ***Systematischer Aufbau mathematischer Kompetenzen***

Bei der mathematischen Frühförderung ist es wichtig, dass stets die natürliche Entwicklung der Mengen-Zahlen-Kompetenzen (vgl. Modell nach Krajewski in Kapitel zwei) im Auge behalten wird (ebd., 285f.) und sich die Förderung, im Sinne von Wygotski (1934, zit. n. ebd., 288), jeweils an der *‚nächsten Zone der Entwicklung'* orientiert (vgl. ebd., 288).

➢ ***Einbezug strukturorientierter Darstellungsmittel unter Verwendung ‚mathematischer Sprache'***

Neben den mathematikspezifischen Inhalten muss auch der Einfluss begrenzter Gedächtnisleistungen im Auge behalten werden. Um speziell das Arbeitsgedächtnis zu entlasten, sollen abstrakt-symbolische Darstellungsmittel verwendet werden. Diese verkörpern die mathematischen Grundideen. Die Kinder sollen durch sie eine Einsicht in den Aufbau des Zahlenraums bekommen sowie effektive Lösungsstrategien entwickeln (vgl. ebd., 286). Für neue mathematische Inhalte sollen jeweils Darstellungsmittel eingesetzt werden, die aus den bisherig verwendeten hervorgehen. Beispiele hierfür sind u.a. die *‚Spindelkästen'* (Erwerb des Anzahlkonzepts) und die *‚numerischen Stangen'* (Einsicht in Zahlenrelationen) aus den Montessorimaterialien sowie die *‚Zahlentreppe'* aus dem Förderprogramm MZZ (vgl. 5.2.1). Es hat sich gezeigt, dass von diesen abstrakten Darstellungsmitteln sogar sehr schwache Kinder profitieren. Allerdings darf nicht davon ausgegangen werden, dass Kinder allein durch die vorliegenden Darstellungsmittel ein Verständnis für die durch sie verkörperten mathematischen Inhalte bekommen (vgl. Krajewski 2008b, 129ff.).

Als weniger geeignet hat sich der Einsatz einer Vielzahl alltagsnaher Materialien erwiesen, da es an ihnen oft schwierig ist, den mathematischen Gehalt zu erkennen: Es ist für viele Kinder nicht einleuchtend, dass sich beispielsweise drei Spielzeugautos (ein rotes, ein grünes und ein schwarzes) und zwei Legofiguren (ein rotes und ein blaues) in ihrer Anzahl unterscheiden, aber auch als Gesamtanzahl (fünf Spielzeuge) zusammengefasst werden können, obwohl auch eine Unterscheidung nach ihrer Farbe und ihrer Funktion möglich wäre (vgl. Krajewski 2008a, 287). Ähnlich problematisch ist der Einsatz von anschaulich-emotionsgeladenem Material, welches den mathematischen Gehalt in den Hintergrund rückt. Ein Beispiel hierfür ist das Material des Förderprogramms *‚Komm mit ins Zahlenland'* (vgl. ebd., 295f.), auf welches im Abschnitt 5.2.4 noch näher eingegangen wird. Hierbei ist anzumerken, dass der emotionsgeladene Inhalt an sich nicht hinderlich ist, dieser aber nicht im Mittelpunkt stehen sollte (vgl. KRAJEWSKI 2008b, 132).

Ferner ist zu beachten, dass - obwohl das Automatisieren für bestimmte Aufgaben unbedingt erforderlich ist - in der Förderung dennoch auf die Vermittlung von *‚Tricks'* (z. B. *'Wenn der Vorgänger gefragt ist, kannst du einfach leise bis zur entsprechenden Zahl zählen und die vorletzte laut nennen'*) verzichtet werden sollte. Es wird nur bedingt davon ausgegangen, dass durch vermehrtes Üben Erfolge erzielt werden. Deshalb steht in der mathematischen Frühförderung das grundlegende Verständnis im Vordergrund (vgl. KAUFMANN 2006, 166). Dennoch ist die Wiederholung an demselben Material mit demselben Übungsformat sinnvoll, da dadurch eine Übertragung der gelernten Inhalte ins Langzeitgedächtnis wahrscheinlicher wird (vgl. KRAJEWSKI 2008a, 288).

Die geforderten Kriterien werden, wie bereits angedeutet, in verschiedenen Förderprogrammen unterschiedlich berücksichtigt. Deshalb sollen im folgenden Abschnitt einige aktuelle Förderprogramme näher vorgestellt werden.

5.2 Eine Auswahl an aktuellen Förderprogrammen für den Vorschulbereich

Wie bei den diagnostischen Verfahren, die im vorangegangenen Kapitel vorgestellt wurden, erhebt die Auswahl der Förderprogramme keinerlei Anspruch auf Vollständigkeit; vielmehr wird auf vier recht verschiedenartige Programme eingegangen.

5.2.1 ‚Mengen, zählen, Zahlen' (MZZ)

Dem Würzburger Trainingsprogramm *‚Mengen, zählen, Zahlen'* (vgl. KRAJEWSKI 2008a, 299f.), das im Jahr 2007 von KRAJEWSKI, NIEDING und SCHNEIDER vorgestellt wurde, liegt das *‚Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen'* nach KRAJEWSKI (vgl. 2.1.3.1) zugrunde. Mit dem MZZ soll Vorschülern spielerisch die Struktur der Zahlen vermittelt werden, indem systematisch die Mengen-Zahlen-Kompetenzen bis zur dritten Ebene des Modells nach KRAJEWSKI aufgebaut werden: Zunächst werden die Kinder mit den Zahlen von eins bis zehn vertraut gemacht, bevor diese mit den numerische Basisfertigkeiten (Ebene 1) verknüpft werden. In der Folge werden die erarbeiteten Kompetenzen zum Anzahlkonzept (Ebene 2) ausgebaut und in einem letzten Schritt wird schließlich die Wahrnehmung von Anzahlrelationen (Ebene 3) gefördert, um zu einer tatsächlichen Einsicht in die Struktur der Zahlen zu gelangen (vgl. KRAJEWSKI 2008a, 299).

Die Förderung findet über einen Zeitraum von zwei Monaten durch die ErzieherInnen im Kindergarten statt. Für die Durchführung mit vier bis neun Kindern liegt ein strukturierter Zeit-

(dreimal wöchentliche, halbstündige Fördereinheiten) und Inhaltsplan (Handlungsanweisungen sind wörtlich vorgegeben) vor (vgl. Werner 2009, 137).

Zur Erarbeitung der Zahlenstruktur werden Darstellungsmittel verwendet, die diese gut veranschaulichen und gleichzeitig zur Erarbeitung des quantitativen Aspektes benutzt werden können. Ein Beispiel dieser Darstellungsmittel ist die *‚Zahlentreppe'* (vgl. Abb. 5). An ihr wird deutlich, dass für größere Zahlen mehr Elemente gezählt werden müssen, aber auch, dass die durch das Zählen erhaltenen Anzahlen der Größe nach an die Zahlenfolge angeordnet werden können. Wichtig ist die Erkenntnis, dass zur nächsten Zahl immer ein Element dazukommt (vgl. Krajewski 2008a, 299).

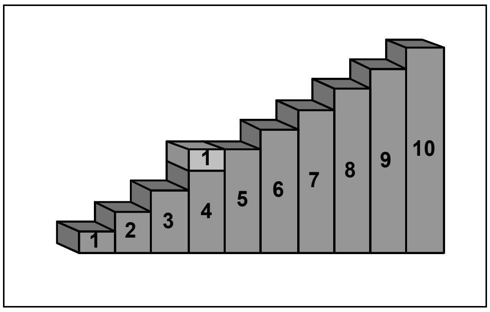


Abb. 5: Schematische Darstellung der *‚Zahlentreppe'* aus dem Förderprogramm MZZ.
(Erstellt nach Krajewski 2008a, 299).

Da ein isoliertes Wissenskonzept jedoch die Übertragung auf andere Kontexte möglicherweise verhindern kann, sollte eine Verbindung *„dieser sach- und entwicklungsstrukturell orientierten Aufgaben mit Situationen und Problemen aus der Alltagswelt der Schüler"* (Werner 2009, 138) stattfinden (vgl. ebd., 138).

Des Weiteren wird im MZZ speziell auf metakognitive und selbstinstruierende Elemente Wert gelegt. Den Autoren ist wichtig, dass Kinder die numerischen Beziehungen auch verbalisieren und über ihre Handlungen reflektieren können (vgl. Krajewski 2008a, 299).

Das MZZ wurde im Rahmen einer Längsschnittstudie wissenschaftlich evaluiert. Dabei gab es Hinweise, dass sich mit dem MZZ insbesondere spezifische mathematische Vorläuferfertigkeiten erfolgreich fördern lassen. Fördereffekte auf unspezifische Vorläuferfertigkeiten waren hingegen nicht zu verzeichnen. Des Weiteren konnte gezeigt werden, dass das MZZ der alltäglichen Förderung sowie anderen Förderprogrammen überlegen ist. Besonders wirksam scheint eine Förderung mit dem MZZ, wenn sie kurz vor Schuleintritt erfolgt, damit es zu einem Transfereffekt auf die mathematischen Schulleistungen kommen kann (vgl. Krajewski et al. 2008a, 144f.). Zusätzlich wird erwartet, dass dieses Förderprogramm *„auch positive Effekte in der Förderung lern- bzw. rechenschwacher Kinder zeigt"* (Werner 2009, 138). Dadurch eignet es sich auch für unterrichtsbegleitende Fördermaßnahmen und als Differenzierungsmöglichkeit im Rahmen von Frei- oder Wochenplanarbeit (vgl. ebd., 138).

Leichte Kritik am MZZ wird jedoch beispielsweise von Landerl und Kaufmann (2008, 197) geübt. Sie bemängeln, dass die Null im MZZ nicht thematisiert wird.

5.2.2 ‚Mathe-Kings'

Das Förderprogramm *‚Mathe-Kings'* von Hoenisch und Niggemeyer (2007) ist kein konkret ausgearbeitetes Trainingsprogramm. Vielmehr handelt es sich um ein anschaulich gestaltetes Buch, in dem vielfältige Vorschläge und Anregungen für eine mathematische Bildung, nicht nur im Bereich der Arithmetik, im Vorschulalter gemacht werden.

Die Basis für das Förderprogramm bilden entwicklungspsychologische Befunde. Dennoch folgt der Aufbau keiner fachwissenschaftlichen Systematik, sondern entwickelt sich vielmehr durch eigenes Entdecken innerhalb von Alltagssituationen (vgl. Werner 2009, 126ff.). Die besondere Bedeutung der *‚Mathematik im Alltag'* wird in folgendem Zitat deutlich:

> *„Während Kinder im Alltag Mathematik spielen, erfahren sie deren Sinn und wachsen mit einer Vorliebe für Mathematik heran. Sie reden über ihr Tun (…). Gerade für junge Kinder ist Mathematik eine Denkart, kein System von Symbolen und Formeln"* (Hoenisch, Niggemeyer, 2007, 11).

Da durch Alltagserfahrungen sämtliche mathematische, nicht nur arithmetische, Kompetenzebenen erfahren werden können, beruht der Aufbau des Förderprogramms auf folgenden sechs *‚Brückenpfeilern'*: *‚Sortieren und Klassifizieren'*, *‚Muster'*, *‚Zahl'*, *‚Raum und Geometrie'*, *‚Wiegen*, *Messen und Vergleichen'* sowie *‚grafische Darstellung und Statistik'* (vgl. ebd.).

5.2.3 Förderprogramm zur Entwicklung des Zahlbegriffs (FEZ)

Das Förderprogramm FEZ (vgl. Peucker, Weisshaupt 2005) wurde von zwei Psychologinnen der Pädagogischen Hochschule Freiburg entwickelt und knüpft an ihr *‚Diagnoseverfahren zur Entwicklung des Zahlbegriffs'* (DEZ) an. Es wurde insbesondere zur Prävention von *‚Rechenschwäche'* für das letzte Kindergartenjahr konzipiert: Im Mittelpunkt steht die Erarbeitung strukturierter Vorstellungsbilder von Zahlen, die zur Verdeutlichung von der Beziehung zwischen Zahlen, speziell zur Fünf und zur Zehn, eingesetzt werden können. Zudem sollen diese Vorstellungsbilder später auch als Werkzeug zur Lösung mathematischer Sachverhalte eingesetzt werden.

Das Förderprogramm umfasst insgesamt neun Sitzungen (vgl. Tab. 1) und soll entweder in relativ homogenen Gruppen oder zur Einzelförderung eingesetzt werden. Die Aufgaben spielen im Zoo, wobei jedes Kind für eine Tierart zuständig ist: Zunächst geht es immer um eine konkrete Tätigkeit, die im Zoo zu erledigen ist. Anschließend wird das erarbeitete Wissen auf die bildliche Ebene übertragen, bevor es zuletzt auf die Ebene vorgestellter Bilder übertragen wird (vgl. ebd., 302-305).

Bei der Evaluation konnte festgestellt werden, dass sowohl bei der Gruppe der nicht geförderten (Kontrollgruppe) wie auch bei der Gruppe der geförderten Kinder das mathematische Wissen zunahm. Die Kinder, die durch das Trainingsprogramm FEZ gefördert wurden, wiesen jedoch einen deutlich größeren Fortschritt in der Entwicklung des Zahlkonzepts auf. Grundsätzlich ermöglicht es allen Kindern ein spielerisches Erweitern ihrer mathematischen Kompetenzen, ohne auf schulisches Rechnen vorzugreifen. Deshalb kann dieses Förderprogramm ohne Probleme für alle Vorschüler eines Kindergartens eingesetzt werden (vgl. ebd., 304f.).

1	Kardinalzahl	Zahl-Mengen-Zuordnung und umgekehrt	1–5
2	Kardinalzahl	Zahl-Mengen-Zuordnung und umgekehrt	6–10
3	Zahlvorstellung	strukturierte Bilder finden und reflektieren	1–5
4	Zahlvorstellung	strukturierte Bilder im Zehnerrahmen finden und reflektieren	1–5
5	Teile-Ganzes	Experimentieren mit Zerlegungen, Zerlegungen anhand Zehnerrahmen	1–5
6	Zahlvorstellung	strukturierte Bilder finden und reflektieren	6–10
7	Zahlvorstellung	strukturierte Bilder im Zehnerrahmen finden und reflektieren	6–10
8	Teile-Ganzes	Zerlegungen anhand Zehnerrahmen	6–10
9	Teile-Ganzes	weitere Zerlegungen	6–10

Tab. 1: „FEZ, Überblick über die Sitzungen" (Peucker, Weisshaupt 2005, 304), die rechte Spalte gibt den jeweiligen Zahlenraum an.

5.2.4 ‚Komm mit ins Zahlenland'

Auch wenn im Projekt *‚Komm mit ins Zahlenland'* (vgl. Friedrich, Munz 2003) von Friedrich und de Galgóczy vordergründig die mathematische Kompetenzförderung im Vorschulalter im Mittelpunkt steht, werden gleichzeitig die Wahrnehmung, die Merkfähigkeit, die Motorik, das gesamte Ausdrucksvermögen und speziell die Sprache gefördert. Laut den Autoren handelt es sich deshalb um ein ganzheitliches Frühförderkonzept.

Grundidee des Projekts ist es, dass der *‚Zahlenraum'* als Lebensraum der Zahlen interpretiert wird. Jede Zahl hat einen spezifischen Charakter (z.B. die Zwei trägt eine Brille), mit dem sich vielfältige Aktionen ausführen lassen. So lernen die Kinder im Laufe von zehn Wochen, in Gruppen von maximal 15 Kindern, durch phantasievolle Geschichten und Lieder die Zahlen von eins bis zehn in personalisierter Weise kennen. Das Training zielt somit, im Gegensatz zu anderen mathematischen Förderansätzen, weniger auf den abstrakten Sinn der Zahlen ab (vgl. ebd.).

Dennoch verweisen die Autoren in einer Evaluation des Projekts bei geförderten Kindern auf signifikante Verbesserungen bei der Bearbeitung von Aufgaben des *'Kieler Einschulungsverfahrens'* (vgl. ebd.). Da es sich hierbei allerdings großteils um die Erfassung allgemeiner Denk- und Gedächtnisfähigkeiten handelt, bleibt unklar, in welchem Umfang spezifische Fördereffekte im mathematischen Bereich erzielt wurden. Krajewski et al. (2008a, 144) konnten im Rahmen der Evaluation des MZZ beim Projekt *‚Komm mit ins Zahlenland'* diesbezüglich keine Effekte feststellen.

5.3 Bewertung der vorgestellten Förderprogramme

Nachdem vier verschiedene Förderprogramme vorgestellt wurden, sollen diese nun im Hinblick auf ihren Einsatz im letzten Kindergartenjahr jeweils kurz kritisch beurteilt werden:

Das ***MZZ*** wird allen Kriterien für eine mathematische Frühförderung nach KRAJEWSKI gerecht. Dies ist jedoch nicht verwunderlich, da das Förderprogramm selber auf KRAJEWSKI zurückgeht und zudem auf dem von ihr konzipierten *'Entwicklungsmodell früher mathematischer Kompetenzen'* aufbaut. Bei den doch sehr abstrakt gehaltenen Darstellungsmitteln ist darauf zu achten, dass die Übertragung in die Alltagswelt der Kinder nicht vergessen wird. Für die Förderung von Vorschulkindern mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* sehe ich die Gefahr, dass die Darstellungsmittel tatsächlich etwas zu abstrakt gestaltet sind und insgesamt eine Förderung noch ausführlicher auf die Basiskompetenzen eingehen sollte. Im Regelkindergarten kann ich mir den Einsatz des MZZ hingegen gut vorstellen.

Die Inhalte des Förderprogramms ***'Mathe-Kings'*** erachte ich als sinnvoll, allerdings frage ich mich, ob die pädagogischen Fachkräfte für diese Art von Förderung tatsächlich ein *'Ideenbuch'* brauchen. Einige Anregungen hierfür liefert in Baden-Württemberg beispielsweise auch der Orientierungsplan. Gewiss kann durch eigene Entdeckungen der Kinder kein systematischer Aufbau mathematischer Kompetenzen sichergestellt werden, doch durch Entdeckungen auf verschiedenen Abstraktionsebenen (z.B. Eins-zu-Eins-Zuordnung erst beim Tischdecken, dann von Zahlen zu Mengenbildern) ist zu erwarten, dass Kinder mit der Zeit ihr Wissen aus den konkreten Situationen auf abstraktere übertragen können. Obwohl ich Fördereffekte nicht anzweifle, ist mir keine Evaluation des Programms bekannt, in der solche nachgewiesen werden konnten.

Das Förderprogramm ***FEZ*** ist durch seine Thematik für Vorschulkinder sicher ansprechend. Mit dem Aufbau des Programms wird einerseits der Entwicklung mathematischer Kompetenzen Rechnung getragen und andererseits kann durch die zunehmende Abstraktion der Inhalte erreicht werden, dass Kinder nicht auf der konkreten Ebene stehen bleiben. Da bei diesem Programm, im Gegensatz zum MZZ, von der konkreten auf die abstrakte Ebene vorangearbeitet wird, kann ich mir durchaus vorstellen, dass es bei Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* erfolgreich eingesetzt werden kann.

Verglichen mit den bisher vorgestellten Förderprogrammen sehe ich das Projekt ***'Komm mit ins Zahlenland'*** kritisch. Obwohl die Thematik für Kinder sicher sehr motivierend ist, lässt der mathematische Gehalt des gesamten Projekts doch etwas zu wünschen übrig. Stattdessen steht vielmehr eine emotionsgeladene Beziehung zwischen den Kindern und den Zahlen im Mittelpunkt. Da auch in verschiedenen Evaluationen keine direkten Fördereffekte hinsichtlich der mathematischen Vorläuferfertigkeiten gezeigt werden konnten, rate ich von dem Einsatz dieses Förderprogramms ab. Eventuell eignet sich das Projekt zum Kennenlernen von Ziffern, allerdings ist fraglich, ob dafür unbedingt dieses Projekt eingesetzt werden muss.

6. Durchführung und Auswertung des ‚Freiburger Screenings'

6.1 Problemdarstellung: Erkenntnisinteresse und Untersuchungsziel

Im Rahmen dieser Arbeit soll anhand des *‚Freiburger Screenings'* untersucht werden, über welche mathematischen Vorläuferfertigkeiten Kindergartenkinder etwa ein halbes Jahr vor Schuleintritt verfügen. Insbesondere ist es ein Anliegen, auch die mathematischen Vorläuferfertigkeiten von Vorschulkindern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* zu erfassen und diese den vorhandenen mathematischen Vorläuferfertigkeiten von Vorschulkindern aus Regelkindergärten gegenüber zu stellen.

Die Bedeutsamkeit mathematischer Vorläuferfertigkeiten wurde in Kapitel drei dargestellt. Des Weiteren konnte in Kapitel fünf aufgezeigt werden, dass davon ausgegangen werden kann, dass durch entsprechende Programme die mathematischen Vorläuferfertigkeiten erfolgreich gefördert werden können. Daher wäre es sicherlich sinnvoll, wenn Vorschüler, bei denen bei der Durchführung des *‚Freiburger Screenings'* Defizite in den mathematischen Vorläuferfertigkeiten diagnostiziert werden, eine adäquate Förderung erhielten. Eine detaillierte Ausarbeitung von Förderplänen und deren Umsetzung würde jedoch den Rahmen dieser Arbeit übersteigen. Deshalb werden für einzelne *‚auffällige'* Kinder einige konkrete Fördervorschläge erarbeitet, welche anschließend an die Erzieherinnen weitergeleitet werden und in deren Verantwortung dann umgesetzt werden sollen.

Zwar gibt es, wie in Kapitel drei dargestellt, bereits einige interessante Befunde zum mathematischen Vorwissen, das Kinder in der Regel bei Schuleintritt aufweisen. Dennoch sollen im Rahmen dieser Arbeit weitere Fragen geklärt werden und speziell auch auf die mathematischen Vorläuferfertigkeiten von Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* eingegangen werden. Hierüber sind bisher offensichtlich kaum Untersuchungen veröffentlicht worden. Eine solche Untersuchung, speziell bezogen auf die Zähl- und Zahlkenntnisse von geistig behinderten Vorschülern, wurde von Baroody (1986 zit. n. Moser Opitz 2008, 91f.) durchgeführt. Er stellte fest, dass die mathematischen Leistungen der geistig behinderten Vorschüler in den untersuchten Bereichen sehr heterogen waren. Zudem fiel ihm auf, dass diese Kinder das Zählen nicht aus Alltagssituationen heraus lernten, sondern dazu spezielle Anregungen brauchten.

Bei geistig behinderten Schülern konnte Ezawa (1997, 11-18) feststellen, dass einige von ihnen sehr wohl die Zahlwortreihe und die Zählprinzipien erworben hatten, jedoch dafür mehr Zeit benötigten. Speziell das Abzählen von Objekten sei häufig durch Probleme im räumlichen Denken erschwert. Nach Luria (1963, zit. n. Ezawa 1996, 26) bereite zudem das Verständnis für die hinter Zahlen steckenden Mengen geistig behinderten Schülern oft Schwierigkeiten. Daraus darf nach Ezawa (1997, 19) aber nicht der Schluss gezogen werden, dass dadurch das Kardinalzahlkonzept und auch das abstrakte Rechnen allen geistig behinderten Schülern verschlossen bleibt.

Da das *‚Freiburger Screening'* primär für den Einsatz zu Beginn des ersten Schuljahrs konzipiert ist und bisher nur in verschiedenen Regelkindergärten erprobt wurde, ist fraglich, ob es sich überhaupt für den Einsatz bei Vorschülern mit dem Förderbedarf *‚geistige Entwicklung'* eignet bzw. bei ihnen angewendet werden kann. Um dafür Erfahrungswerte zu sammeln, soll im Rahmen der vorliegenden Untersuchung die Diagnose mit diesem Verfahren durchgeführt werden.

Dabei wurden folgende Arbeitshypothesen aufgestellt:

- Vorschüler aus Regelkindergärten im Raum Reutlingen verfügen, bezogen auf die Zählfertigkeiten und das *‚Teile-Ganze-Konzept'*, in der Regel über dieselben mathematischen Vorläuferfertigkeiten, wie dies bereits in anderen Studien (vgl. 3.1) aus dem deutschsprachigen Raum nachgewiesen werden konnte.
- Vorschulkinder mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* weisen nicht zu unterschätzende mathematische Vorläuferfertigkeiten auf, die insgesamt aber etwas niedriger als bei Vorschülern aus Regelkindergärten anzusiedeln sind. Die Streuung der Leistungen ist noch breiter als bei Vorschülern aus Regelkindergärten.
- Das *‚Freiburger Screening'* eignet sich für den Einsatz ein halbes Jahr vor Schuleintritt. Bei Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* muss die Durchführung jedoch etwas modifiziert werden.

Durch die Untersuchung dieser Arbeitshypothesen soll für Lehrer im Anfangsunterricht, auch von Schülern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'*, ein grober Überblick über die Kenntnisse von Schulanfängern zur Verfügung gestellt werden. Gleichzeitig soll das *‚Freiburger Screening'* auf den Einsatz bei Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* getestet werden.

6.2 Beschreibung und Begründung des Messverfahrens

Das *‚Freiburger Screening'* (vgl. Gerster, Schultz 2010a), das in Kapitel 4.3 bereits kurz vorgestellt wurde, ist ein diagnostisches Verfahren, das zur Ermittlung des kindlichen Zahlverständnisses dient. Bereits vor einem knappen Jahr wurde von einigen Studierenden der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg am Standort Reutlingen der Einsatz des *‚Freiburger Screening'* bei Vorschülern aus Regelkindergärten, erprobt. Dabei zeigte sich bei den am Screening teilnehmenden Vorschülern, dass das Screening durchaus schon vor Schuleintritt durchführbar ist. Über einen Einsatz bei Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* hingegen wurde bisher nicht weiter nachgedacht.

Das Screening basiert auf den Ergebnissen des Forschungsprojekts *‚Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen'*, die im dazugehörigen Forschungsbericht *„Schwierigkeiten* *beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht“* (GERSTER, SCHULTZ 2004) von GERSTER und SCHULTZ veröffentlicht wurden. Das diagnostische Ziel ist es, die Mathematik der Kinder so weit zu verstehen, *„dass [ihr] mathematisches Vorgehen begründet werden kann“* (ebd., 237): Es werden die mathematischen Denkweisen und Konzepte behandelt, aufgrund derer man Lernschwierigkeiten in Mathematik untersuchen kann. Schwerpunktmäßig wird versucht zu ermitteln, wie weit das Zahlverständnis eines Kindes, im Sinne des *‚Teile-Ganze-Konzepts’* (vgl. 2.1.2.1), entwickelt ist.

Das *‚Teile-Ganze-Konzept’*, das Zahlen als Zusammensetzung aus anderen Zahlen versteht, ist für viele Bereiche im Mathematikunterricht der Grund-, aber auch der weiterführenden Schule äußerst wichtig (vgl. 2.1.2.1). Voraussetzung für ein Verständnis des *‚Teile-Ganze-Konzepts’* ist nach GERSTER und SCHULTZ, dass ein Kind bereits drei Grundbausteine mathematischen Verständnisses erlernt hat: *„die Zählfertigkeiten, protoquantitative Urteile über Mengen und die Erfassung/Reproduktion und Analyse/Synthese von Mustern“* (GERSTER, SCHULTZ 2004, 238). Das sind diejenigen Fertigkeiten, die ein Kind auf der zweiten Ebene des Entwicklungsmodells nach KRAJEWSKI (vgl. 2.1.3.1) für ein Vorverständnis für das Relationszahlkonzept ausgebildet hat. Im fünfstufigen Entwicklungsmodell nach FRITZ et al. (vgl. 2.1.3.2) entspricht dies dem Erreichen der dritten Stufe.

Um frühzeitig, das heißt noch vor Schulbeginn, diejenigen Kinder zu ermitteln, die sich Zahlen nicht als zerlegbare und zusammengesetzte Mengen vorstellen können, bietet das *‚Freiburger Screening’* ein gezieltes diagnostisches Mittel. Durch eine daran anschließende Förderung kann vorgebeugt werden, dass sich ein einseitiges Zahlverständnis (Zahlen als Positionen in der Zahlwortreihe) verfestigt und Kinder sich zwangsläufig zum *‚zählenden Rechner’* entwickeln (vgl. GERSTER, SCHULTZ 2004, 237ff.).

Beim *‚Freiburger Screening’* (vgl. GERSTER, SCHULTZ 2010a) handelt es sich um ein Gruppenscreening, das mit bis zu zehn Kindern gleichzeitig durchgeführt werden kann. Ziel ist es, die Vorschüler ausfindig zu machen, bei denen entweder eine sofortige Förderung begonnen werden soll, oder die weiterhin kritisch beobachtet und ggf. mit einem informellen Einzelverfahren gezielt auf ihre Probleme mit den mathematischen Vorläuferfertigkeiten untersucht werden sollen.

Das Screening setzt sich aus vier Aufgaben zusammen; für die Durchführung sind etwa 30 Minuten zu veranschlagen. Im Idealfall sollte es von zwei Testleitern durchgeführt werden, da bei zwei der vier Aufgaben ein Protokollbogen ausgefüllt werden muss. Die Auswertung der Ergebnisse findet mithilfe des Protokollbogens, der ausgefüllten Schülerhefte (beides im Anhang) sowie dem didaktischen Kommentar (vgl. SCHÄFER 2010) im Anschluss an die Durchführung statt: Für jede richtig gelöste Teilaufgabe wird ein Punkt (teilweise sind halbe Punkte möglich) vergeben, insgesamt können 16 Punkte erzielt werden. Da sich das Screeningverfahren noch in einer Erprobungsphase befindet, liegt es bisher im Ermessen des Testleiters, wie die Punkte genau vergeben werden und ab welcher Punktzahl ein Kind als *‚schwach'* bzw. *‚auffällig'* einzustufen ist. Aufgrund eigener Erfahrungen werde ich neben der Auswertung nach Punkten zusätzlich auf den Protokollbögen die Aufgaben farblich markieren, je nachdem, wie das Kind die Aufgabe gemeistert hat. Dazu orientiere ich mich am didaktischen Kommentar.

●●	steht für ☺ ☺	●	steht für ☺
●	steht für 😐	●	steht für ☹

Mit dieser farblichen Kennzeichnung soll erkannt werden, ob ein Kind speziell bei einer einzelnen Aufgabe große Probleme hatte oder bei verschiedenen Aufgaben Fehler gemacht hat, was vielleicht eher auf eine mangelnde Konzentration hinweisen würde. Durch eine reine Auswertung nach Punkten würde dies nicht ersichtlich werden.

Die erste Aufgabe findet in einem Stehkreis statt, die anderen drei werden im Sitzen an jeweils einem Einzeltisch bearbeitet. Für die Aufgaben am Tisch bekommt jedes Kind ein Schülerheft, in dem es seine jeweilige Lösung festhalten soll. Hierfür gibt es eine Kopiervorlage. Ansonsten benötigen die Kinder ein weißes Blatt (DIN-A5 oder DIN-A4), zehn Wendeplättchen (blau-rot), einen Bleistift, einen Radiergummi sowie einen roten und einen blauen Farbstift (vgl. GERSTER, SCHULTZ 2010a; SCHÄFER 2010). Im Folgenden sollen die vier Aufgaben näher beschrieben werden. Die Informationen stammen aus dem Lehrerheft (vgl. GERSTER, SCHULTZ 2010a), dem didaktischen Kommentar (vgl. SCHÄFER 2010), dem Material zum *‚Freiburger Screening'* (vgl. GERSTER, SCHULTZ 2010b) sowie von mündlich übermittelten Erfahrungen einer Gruppe von Studierenden der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg, die im Wintersemester 2010/2011 das Screening an einer Förderschule durchgeführt hat. Die Anmerkungen zur Punkteverteilung entsprechen meiner Vorgehensweise.

Zu Beginn des Screenings bekommt jedes Kind ein Namensschild auf seinen Pullover geklebt, damit der Testleiter die Kinder auseinander halten kann. Erst danach wird mit den Aufgaben begonnen.

Aufgabe 1: Zahlwortreihe

In der ersten Aufgabe geht es um die Beherrschung der Zahlwortreihe. Nach dem Entwicklungsmodell nach FUSON (vgl. 2.1.2.2) sollten Vorschüler ein halbes Jahr vor Schuleintritt mindestens die zweite Niveaustufe (*‚unflexible Zahlwortreihe'*) erreicht haben: Sie sollten Zahlwörter voneinander unterscheiden können, das Eins-zu-Eins-Prinzip beherrschen und damit eine Anzahl *‚korrekt'* abzählen können. Es kann aber durchaus auch sein, dass sich Vorschüler bereits auf der dritten (*‚teilweise flexible Zahlwortreihe'*) oder gar vierten (*‚flexible Zahlwortreihe'*) Niveaustufe befinden und somit schon von jeder Zahl aus vor- und rückwärtszählen können sowie möglicherweise auch ein erstes numerisches Verständnis aufweisen.

Zur Durchführung dieser Aufgabe werden die Kinder in einen Stehkreis (nach vorne) geholt. Zunächst wird reihum bis zwanzig gezählt. Damit werden vor allem sprachlich-assoziative Gedächtnisleistungen überprüft. Diese Aufgabenstellung soll mehrfach (ggf. mit Richtungswechsel) durchgeführt werden, damit immer wieder bei einem anderen Kind begonnen werden kann. Beherrscht ein Kind die Zahlwortreihe bis 20, bekommt es einen Punkt, bei kleineren Zahlenräumen (z.B. bis 15) können halbe Punkte vergeben werden.

Im zweiten Teil der Aufgabe erklärt der Testleiter, dass ein Kind leise bis zu einer bestimmten Zahl gezählt hat und nun ab dieser Zahl reihum weitergezählt werden soll. Auch hier sollen mehrere Durchgänge stattfinden und laut dem didaktischen Kommentar speziell die Kinder angesprochen werden, die beim Aufsagen der Zahlwortreihe bis 20 auffällig waren. Da dies in bisherigen Erprobungen jedoch als wenig sinnvoll erachtet wurde, sollen von nun an alle Kinder gleichberechtigt involviert werden. Mit dieser Aufgabenstellung wird untersucht, ob die Kinder bereits die *‚unflexible Zahlwortreihe'*, die sie für die vorherige Aufgabe brauchten, überschritten und schon die *‚teilweise flexible Zahlwortreihe'* erreicht haben. Ist dies der Fall, wird ein Punkt vergeben, Teilpunkte sind hierbei nicht möglich.

Im letzten Teil dieser Aufgabe sollen die Kinder die Vorgänger und Nachfolger einer Zahl bestimmen. Der Testleiter sagt, ein Kind solle sich vorstellen, es wäre eine bestimmte Zahl und es solle nun die Zahlen seiner Nachbarn nennen. Dies setzt voraus, dass ein Kind die Zahlwortreihe als eine trennbare Kette von Zahlwörtern erkennt, einzelne Elemente heraustrennen und von diesen Elementen um eins vorwärts- bzw. rückwärtszählen kann. Dadurch erkennt es bereits einfache Zahlbeziehungen. Kann das Kind sowohl Vorgänger und Nachfolger nennen, bekommt es einen Punkt, Teilpunkte sind hier nicht möglich.

Nach dieser Aufgabe sollen sich die Kinder an ihren Platz setzen und auf das dort bereitliegende Schülerheft ihren Namen schreiben. In dieser Zeit werden im Protokollbogen diejenigen Kinder gekennzeichnet, die bei einer der Übungen in Aufgabe eins unsicher waren.

Aufgabe 2: Zahlerfassung im Blitzblick

Diese Aufgabe untersucht primär, welche Anzahlen die Kinder ohne zu zählen, mittels Subitizing (vgl. 2.1.2.1), erfassen können. Die Kinder sollen Anzahlen ohne Zählen wahrnehmen, diese mit dem zugehörigen Zahlwort und anschließend mit der entsprechenden Ziffer verbinden. Solche *‚Blitzblick-Aufgaben'* geben Hinweise zum Anzahlverständnis und regen das mentale Zusammenfassen von Teilen zu einem Ganzen an. Kinder im Schuleintrittsalter beherrschen in der Regel die Simultanerfassung bis vier. Zudem können sie meist auch schon die Würfelbilder simultan erfassen, da diese in einer standardisierten Weise angeordnet sind. Die Aufgabe überprüft zudem folgende Fähigkeiten: Kardinale Bewusstheit, Ziffernkenntnis, sichere Verbindung von Anzahl, Zahlwort und Ziffer, Kurzzeitgedächtnisleistung, Instruktionsverständnis, Fähigkeit zur willentlichen Aufmerksamkeitssteuerung sowie Orientierung im Schülerheft und die Stiftführung.

In dieser Aufgabe sind die Darstellungen für den Blitzblick so strukturiert, dass sie entweder direkt simultan erfasst oder aber in kleine Anzahlen unterteilen werden und damit mithilfe der *‚Quasisimultanerfassung'* (vgl. 2.1.2.1) erfasst werden können. Jede einzelne *‚Blitzblick-Aufgabe'* (inklusive Übungsaufgaben sind es sieben Blitzblicke) ist mit einem eigenen Symbol (vgl. Abb. 6) versehen, damit die Kinder die Aufgaben klar auseinander halten können. Dies sieht dann beispielsweise folgendermaßen aus:

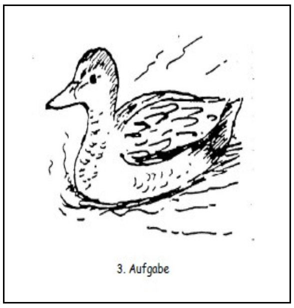


Abb. 6: Kennzeichnung der dritten *‚Blitzblick- Aufgabe'*.

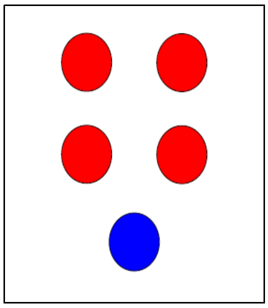


Abb. 7: Punktebild zur dritten *‚Blitzblick-Aufgabe'*.

In diesem Fall zeigt der Testleiter die Karte mit der Ente und die Kinder suchen in ihrem Heft das mit der Ente versehene Kästchen (vgl. Abb. 8). Der Testleiter versucht, die Aufmerksamkeit der Kinder auf sich zu lenken und dreht daraufhin die Karte mit der Ente kurz (etwa eine Sekunde) um, damit die Kinder den Blitzblick (vgl. Abb. 7) sehen können. Die Kinder kreuzen anschließend in ihrem Heft die entsprechende Ziffer an.

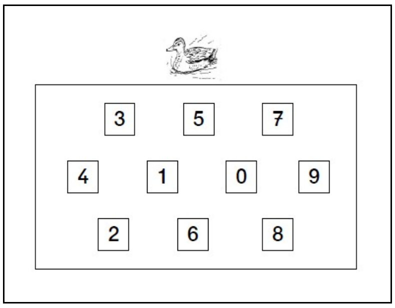


Abb. 8: Ziffernfeld zur dritten ‚Blitzblick-Aufgabe' aus dem Schülerheft.

Da bei Kindergartenkindern noch nicht vorausgesetzt werden kann, dass sie alle Ziffern von 0-9 sicher beherrschen, haben sie die Möglichkeit, die wahrgenommene Anzahl den Testleitern ins Ohr zu sagen. Diese zeigen dann auf die entsprechende Ziffer, die anschließend von den Kindern angekreuzt werden kann. Wichtig ist dabei, dass die Zahl wirklich geflüstert wird, damit die anderen Kinder nicht gestört werden und ihr Ergebnis nicht durch die gehörte Lösung manipuliert wird.

Aus den Schülerheften werden erst nach Abschluss der Durchführung des Screenings die falschen Lösungen auf dem Protokollbogen vermerkt. Für jeden richtigen Blitzblick wird ein Punkt vergeben, Teilpunkte sind nicht möglich.

Aufgabe 3: Zerlegen der Anzahl 6

Auch in dieser Aufgabe wird vor allem untersucht, wie weit das *'Teile-Ganze-Konzept'* der Kinder entwickelt ist. Die Lösungen der Kinder liefern wesentliche Hinweise zum *'Teile-Ganze-Denken'*, da sie selbständig drei mögliche Zerlegungen der Anzahl sechs bilden und notieren müssen. Zusätzlich überprüft die Aufgabe das Wissen, dass sich Anzahlen in Teile zerlegen lassen, die gedächtnismäßige bewegliche Vorstellung von *'sechs'* sowie die Orientierung im Schülerheft und die Stiftführung.

Als Vorübung bittet der Testleiter die Kinder wieder in einen Stehkreis. In seinen Händen hält er vier Muggelsteine[15], die er den Kindern zeigt. Anschließend nimmt er seine Hände hinter den Rücken und verteilt die Steine auf beide Hände. Daraufhin stellt er die Frage, wie die Steine in seinen Händen verteilt sein könnten. Die Kinder stellen Vermutungen an und erkennen die Struktur der Aufgabe. Diese Verteilsituation wird mehrfach wiederholt (auch Kinder können die Rolle des Testleiters übernehmen), damit die Kinder ein Verständnis dafür bekommen, dass es mehrere Möglichkeiten gibt.

Anschließend gehen die Kinder zurück an ihre Plätze. In ihrem Schülerheft befinden sich Zeichnungen von Händen. In diese *'Händepaare'* (vgl. Abb. 9) sollen die Kinder nun drei verschiedene Möglichkeiten zeichnen, wie sie sechs Muggelsteine, die der Testleiters zeigt, aufteilen können. Dazu benötigen sie eine kardinale Vorstellung von der Sechs, die sich nach dieser Vorstellung aus beweglichen Teilen zusammensetzt.

Auch die Ergebnisse dieser Aufgabe werden erst im Anschluss an das Screening im Protokollbogen notiert. Ausschlaggebend ist dabei die Anzahl (jeweils ein Punkt) der gefundenen Zerlegungen. Tauschaufgaben werden als zwei Zerlegungen gewertet, jedoch wird vermerkt, dass es sich um Tauschaufgaben handelt. Benötigen die Kinder zur Bearbeitung der Aufgabe konkretes Material, so werden korrekte Zerlegungen mit jeweils einem halben Punkt bewertet.

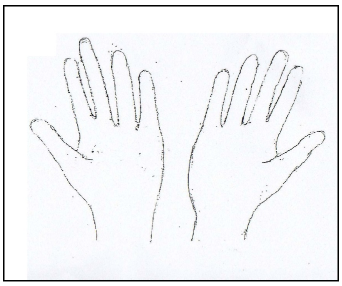


Abb. 9: *'Händepaar'* zum Einzeichnen einer Zerlegung der Zahl sechs im Schülerheft.

Kann der Testleiter nach der dritten Aufgabe eine Ermüdung der Kinder feststellen, ist es möglich, eine Lockerungsübung einzuschieben. Danach werden die Kinder aufgefordert aus einer Schale voller Wendeplättchen genau zehn abzuzählen. Damit soll der Testleiter einen Einblick in die Zählfertigkeiten der Kinder bekommen. Punkte werden dafür nicht vergeben.

[15] **Muggelsteine**: Knopfartige Steine, die sich gut als Zähl- und Legematerial eignen.

Aufgabe 4: Nachlegen strukturierter Punktebilder

Diese letzte Aufgabe zielt ein weiteres Mal auf das *'Teile-Ganze-Konzept'* ab. Den Kindern werden fünf (mit Beispielaufgabe) neue Blitzblicke gezeigt, die sie dieses Mal aber mit Wendeplättchen auf ein weißes Blatt Papier nachlegen und anschließend mit den Farbstiften in ihr Schülerheft zeichnen sollen.

Anhand dieser Aufgabe werden viele Aspekte gleichzeitig untersucht:

- Nimmt das Kind räumliche Beziehungen wahr (oben/unten, rechts/links, gerade/schräg, Anfang/Mitte/Ende)?
- Erkennt das Kind die Gestalt der Blitzblick-Anzahl?
- Kann es die Anzahl eines Teiles oder des Ganzen erfassen?
- Ordnet es die Farben richtig zu?
- Kann das Kind mehrere Aspekte gleichzeitig betrachten oder konzentriert es sich nur auf einen Aspekt?

Sie erfordert somit die Fähigkeit, einzelne Teile und das Gesamtbild zu erkennen, zu speichern und wiederzugeben. Die Fähigkeit, mehrere Aspekte gleichzeitig beachten zu können, ist unverzichtbar für das *'Teile-Ganze-Konzept'*.

Bei der Auswertung dieser Aufgabe ist das nachgelegte Punktebild entscheidend. Die Kinder sollen es zwar auch in ihr Schülerheft (vgl. Abb. 12) übertragen, dies liefert jedoch nur zusätzliche Informationen. Im Protokollbogen werden die fehlerhaften Punktebilder skizziert. Kann ein Kind das Punktebild korrekt nachlegen, bekommt es dafür einen Punkt, wird ein Aspekt nicht beachtet, kann noch ein halber Punkt vergeben werden.

Wieder sind die einzelnen Aufgaben mit einem Symbol (vgl. Abb. 10) gekennzeichnet. Das kann beispielsweise folgendermaßen aussehen:

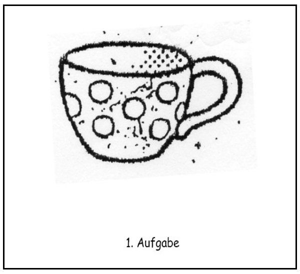


Abb.10: Kennzeichnung des ersten Punktebildes.

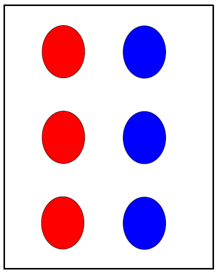


Abb.11: Erstes Punktebild aus Aufgabe vier.

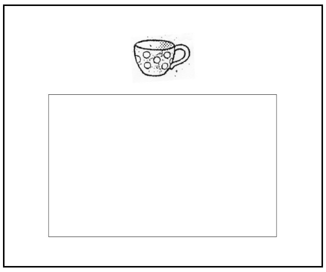


Abb.12: Feld zum Einzeichnen des gelegten Punktebildes im Schülerheft.

Ich habe mich für den Einsatz des *‚Freiburger Screenings'* entschieden, da ich selber bereits positive Erfahrungen mit diesem Verfahren gesammelt habe und durch die Form eines Gruppenscreenings es möglich ist, mit nur einem (zwei) Testleiter recht viele Kindergartenkinder zu diagnostizieren. Zudem wollte ich das Screening auf seine Einsatzfähigkeit bei Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* testen und nicht zuletzt war auch das Untersuchungsziel des *‚Freiburger Screenings'* entscheidend: Das Zahlverständnis über das *‚Teile-Ganze-Konzept'* zu erfassen erschien mir als sinnvoll. Die untersuchten Fertigkeiten lassen sich gut in die Modelle nach FUSON (vgl. 2.1.2.2) sowie nach KRAJEWSKI bzw. FRITZ et al. (vgl. 2.1.3) einordnen. Damit lässt sich das individuelle Entwicklungsniveau der Kinder recht gut bestimmen und darauf aufbauend können Fördervorschläge in der *„nächsten Zone der Entwicklung"* im Sinne nach WYGOTSKI (1934, zit. n. KRAJEWSKI 2008a., 288) erarbeitet werden.

6.3 Stichprobe und Durchführung

6.3.1 Stichprobe

Zunächst hatte ich für die Datenerhebung an Vorschulgruppen aus integrativen Kindergärten gedacht. Dies erwies sich jedoch als nicht praktikabel, da ein Großteil der Kindergärten im Großraum Reutlingen zwar angibt, integrativ zu arbeiten, die Realität aber leider doch etwas anders aussieht: Sämtliche Regelkindergärten, die angefragt wurden, hatten entweder gar keine Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf oder nur ein einziges, das dann allerdings nicht in die Zielgruppe (Vorschulkind mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'*) passte. Die angefragten Schulkindergärten hatten dem gegenüber nur Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf. Ein einziger Kindergarten, mit dem ich Kontakt aufgenommen hatte, arbeitet wirklich mehr oder weniger integrativ. Da dort allerdings für die Regelkindergartenkinder bzw. Kindergartenkinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf verschiedene Träger zuständig sind und mit diesen beiden kein gemeinsamer Termin gefunden werden konnte, schied auch diese integrative Kindergartengruppe aus.

Aus diesem Grund musste das Vorgehen verändert werden: Es wurden gezielt Regelkindergärten sowie Schulkindergärten mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* angefragt. Zielgruppe waren jeweils die Vorschulkinder. Ob diese bereits ein Jahr vom Schuleintritt zurückgestellt waren oder vorzeitig eingeschult werden sollten, spielte keine Rolle. Bei den Kindern mit Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* war jedoch Voraussetzung, dass bei ihnen einerseits ein gewisser Bezug zu Zahlen erkennbar ist und sie sich andererseits verbal äußern können. Bedingt wäre das Screening sicherlich auch mit nicht-sprechenden Kindern durchführbar, die dafür nötigen Modifikationen (speziell Aufgabe eins) hätten jedoch den Rahmen dieser Untersuchung überstiegen.

Von Seiten der Erzieherinnen bestand für mich schließlich bei 29 Kindern in sechs verschiedenen Kindergärten (zwei Regel- und vier Schulkindergärten) die Möglichkeit, das *‚Freibur-*

ger Screening' durchzuführen. Daraufhin verfasste ich ein Elternschreiben (siehe Anhang), in welchem der Anlass sowie das Screening an sich kurz dargestellt wurden und das von den Eltern unterschrieben gleichzeitig als Einverständniserklärung diente. Damit konnten 26 Kinder für die Durchführung des *‚Freiburger Screening'* gewonnen werden. Tatsächlich durchgeführt wurde es schlussendlich mit 13 (sieben weiblich / sechs männlich) Regelkindergartenkindern und 12 (zwei weiblich / zehn männlich) Kindern aus Schulkindergärten. Dadurch teilt sich die gesamte Stichprobe in zwei Untersuchungsgruppen auf.

Die Kinder waren durchschnittlich 6;0 Jahre alt; der Altersbereich schwankte zwischen 5;4 und 6;6 Jahren. Alle beteiligten Kinder hatten keine sprachlichen Verständigungsprobleme, allerdings wiesen sechs Kinder einen Migrationshintergrund auf und vier davon wuchsen mit einer anderen Muttersprache auf. In den sechs Kindergärten findet keine gezielte mathematische Förderung statt, teilweise wird, nicht nur im mathematischen Bereich, mit dem Montessorimaterial gearbeitet.

6.3.2 Durchführung

Die Durchführung des *‚Freiburger Screenings'* fand zwischen Mitte Februar und Mitte März 2011 statt. Damit konnte der gefragte Zeitraum, etwa ein halbes Jahr vor Schuleintritt, ziemlich genau realisiert werden.

In den Regelkindergärten wurde das Screening wie vorgesehen als Gruppenscreening durchgeführt. In den Schulkindergärten stellte sich die Situation etwas anders dar: Nachdem im ersten Schulkindergarten aus terminlichen Gründen das Screening nicht mit allen drei beteiligten Kindern gleichzeitig durchgeführt werden konnte, wurde im zweiten Schulkindergarten der Versuch gestartet, zumindest mit zwei Kindern gleichzeitig das Screening durchzuführen. Dies musste jedoch wegen großer Kompetenzunterschiede und Verhaltensproblematiken eines autistischen Kindes noch vor Beendigung der ersten Aufgabe abgebrochen werden. Da auch verschiedene Erzieherinnen Bedenken bezüglich eines Gruppenscreenings bei Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* hatten und insgesamt in jeder Schulkindergartengruppe sowieso maximal drei Vorschulkinder am Screening teilnahmen, blieb ich im weiteren Verlauf bei der Durchführung als Einzelscreening.

Ich führte das Screening jeweils vormittags, meist gegen zehn Uhr, durch. Zu diesem Zeitpunkt war gewährleistet, dass die beteiligten Kinder bereits im Kindergarten eingetroffen waren, in der Regel schon gefrühstückt hatten, aber auch noch nicht vom kompletten Vormittagsprogramm erschöpft waren. Die Durchführung konnte in allen Kindergärten in einem abgetrennten Raum stattfinden. Ich bereitete für jedes Kind einen eigenen Platz mit allen benötigten Materialien vor. Somit konnte, wenn die Kinder in den Raum kamen, sofort mit dem Screening begonnen werden. In den Regelkindergärten führte ich das Screening alleine durch, in den Schulkindergärten war in den meisten Fällen eine Erzieherin dabei. Dies gab den Kindern Sicherheit, gleichzeitig konnte sich die Erzieherin selbst einen Einblick in das Screening verschaffen sowie mich gegebenenfalls etwas unterstützen.

Aufgrund der verschiedenen *‚Gruppen'* - Konstellationen sowie dem unterschiedlichen Kompetenzniveau der einzelnen Kinder, aber auch abhängig davon, inwieweit ich das Screening an sich zusätzlich modifizierte (s.u.), brauchten die Kinder zur Bearbeitung zwischen zwölf und dreißig Minuten. Bei den Regelkindergartengruppen waren keine zusätzlichen Bewegungspausen nötig; bei den Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* hingegen brauchten einzelne Kinder immer wieder eine Unterbrechung und bei zwei Kindern musste das Screening wegen Konzentrationsproblemen bzw. Verweigerung frühzeitig abgebrochen werden.

Primär versuchte ich, das *‚Freiburger Screening'* so durchzuführen, wie es im didaktischen Kommentar und im Lehrerheft vorgesehen (vgl. 6.2) ist. Einzige Modifikation war, aufgrund meiner eigenen bisherigen Erfahrungen, dass die Kinder gleich zu Beginn des Screenings ihren Namen auf das Schülerheft schreiben durften. Damit wollte ich erreichen, dass die Kinder zu Beginn von Aufgabe zwei ihre volle Aufmerksamkeit auf die Blitzblicke richten konnten und nicht noch durch die Betrachtung des Schülerhefts abgelenkt waren.

Stellte ich aber während der Durchführung fest, dass die Kinder mit dem Screening entweder stark über- oder unterfordert waren, wurde das Screening von mir durch weitere bzw. andere Aufgaben modifiziert. Damit wollte ich versuchen, den tatsächlichen Leistungsstand der Vorschüler zu erfassen. Die Modifikationen sahen folgendermaßen aus:

- Kinder, die mit dem Zählen noch überfordert waren, sollten Punktemengen nach mehr/weniger beurteilen, damit ich einen Einblick in ihr Verständnis für das protoquantitative Vergleichsschema bekommen konnte.
- Kinder, die mit den Blitzblicken überfordert waren, hatten die Möglichkeit, die Punkte abzuzählen. Auf diese Weise wollte ich mir einen Überblick verschaffen, inwieweit die Zählkompetenzen der Kinder fortgeschritten sind.
- Kinder, denen Zahlzerlegungen noch nicht auf der abstrakten Ebene möglich waren, hatten die Möglichkeit, diese auch mit konkretem Material (Wendeplättchen) durchzuführen.
- Kinder, die insgesamt eher unterfordert waren, sollten weiter als 20 zählen und erste Additions- und Subtraktionsaufgaben im Zahlenraum bis 20 (teilweise bis 100) lösen.
- Das Abzählen der Wendeplättchen wurde bei einigen Kindern so modifiziert, dass sie diese nicht nur abzählen sollten, sondern sie die Aufgabe erhielten, die ihnen zugeteilten Wendeplättchen auf ihre Anzahl (zwischen acht und elf) zu überprüfen. Sie sollten angeben, ob sie genau zehn Wendeplättchen bekommen hatten oder wie viele ihnen noch fehlten bzw. die überflüssigen zurückgeben. Damit wollte ich einen besseren Einblick bekommen, ob die Kinder das Kardinalzahlprinzip verstanden haben.

6.4 Ergebnisse

6.4.1 Quantitative und qualitative Auswertung der gesamten Stichprobe

Die Ergebnisse meiner Untersuchung werden auf verschiedene Weise auswertet: Zunächst werde ich recht knapp die quantitative Auswertung der Ergebnisse der gesamten Stichprobe in tabellarischer Form darstellen. Da es mir bei den Ergebnissen jedoch nicht nur auf das Kriterium *'gelöst/nicht gelöst'* ankommt, sondern mich vielmehr interessiert, wie die beteiligten Vorschüler die Aufgaben gelöst haben und was sie tatsächlich können, werde ich in einem nächsten Schritt recht ausführlich eine qualitative Auswertung anschließen. Dafür werde ich auch die farbliche Kennzeichnung auf den Protokollbögen (vgl. 6.2) miteinbeziehen. Im darauf folgenden Abschnitt sollen schließlich die Ergebnisse der Regelkindergartenkinder mit denen der Kinder mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* verglichen werden.

➢ **Quantitative Auswertung**

Die Auswertung der Ergebnisse nach den Kriterien *'ohne irgendwelche Probleme richtig gelöst/ mit leichten Schwierigkeiten richtig gelöst/ nicht gelöst'* ist in Tab. 2 dargestellt. Insgesamt erzielten die untersuchten Vorschüler durchschnittlich 10,7 der 16 möglichen Punkte.

	X von 25 Vorschülern lösten folgende Aufgabe ohne Probleme (1 Punkt)	X% der Vorschüler konnten folgende Aufgabe richtig lösen	**X von 25 Vorschülern lösten folgende Aufgaben mit leichten Schwierigkeiten** (0,5 Punkte)	X% der Vorschüler konnten folgende Aufgaben mit leichten Schwierigkeiten lösen	**X von 25 Vorschülern könnten folgende Aufgabe nicht lösen** (0 Punkte)	X% der Vorschüler konnten folgende Aufgaben nicht lösen
Aufgabe 1						
a)	**18**	**72%**	4	16%	3	12%
b)	**20**	**80%**	0	0%	5	20%
c)	**12**	**48%**	0	0%	13	52%
Aufgabe 2						
a)	**18**	**72%**	0	0%	7	28%
b)	**18**	**72%**	0	0%	7	28%
c)	**18**	**72%**	0	0%	7	28%
d)	**16**	**64%**	0	0%	9	36%
e)	**20**	**80%**	0	0%	5	20%
f)	**14**	**56%**	0	0%	11	44%
Aufgabe 3						
a)	**16**	**64%**	3	8%	6	24%
b)	**15**	**60%**	1	4%	9	36%
c)	**14**	**56%**	1	4%	10	40%
Aufgabe 4						
a)	**14**	**56%**	5	20%	6	24%
b)	**11**	**44%**	6	24%	8	32%
c)	**18**	**72%**	0	0%	7	28%
d)	**10**	**40%**	9	36%	6	24%

Tab. 2: Quantitative Auswertung der Ergebnisse meiner Stichprobe beim *'Freiburger Screening'* (grün bzw. gelb sind diejenigen Aufgaben markiert, die mindestens 70 bzw. 50 Prozent aller Vorschüler ohne Probleme richtig lösen konnten, rot gekennzeichnet sind hingegen die Aufgaben, die weniger als 50 Prozent der Vorschüler ohne Probleme lösen konnten).

Daraus wird ersichtlich, dass die an der Untersuchung beteiligten Vorschulkinder:

- Großteils die Zahlwortreihe bis 20 sicher beherrschten, jedoch häufig Probleme hatten, insbesondere den Vorgänger einer Zahl zu nennen.
- Anzahlen bis sieben recht gut über Blitzblicke erfassen konnten. Die Simultanerfassung der Anzahl vier gelang dabei besonders gut. Schwierigkeiten gab es teilweise, wenn die Teilmengen für die Quasisimultanerfassung nicht sofort ersichtlich waren.
- Mit den Zahlzerlegungen mehrfach noch Probleme hatten und es für sie insbesondere schwierig war, tatsächlich drei verschiedene Zerlegungen zu finden.
- Mit dem Nachlegen von Punktebildern, die sie als Blitzblicke gesehen hatten, noch gewisse Schwierigkeiten hatten: Häufig beachteten sie nicht alle drei notwendigen Merkmale (Farbverteilung, Anzahl, Form) und konnten deshalb das Bild nicht korrekt nachlegen.

➢ **Qualitative Auswertung**

Mithilfe der qualitativen Auswertung möchte ich herausfinden, wie die einzelnen Vorschüler die Aufgaben gelöst haben und was sie tatsächlich können. Um diesem Ziel näher zu kommen, habe ich - wie bereits erwähnt - das Screening teilweise leicht modifiziert.

Bei den Vorschülern aus Regelkindergärten werde ich zunächst jeweils die Auswertung der gesamten Vorschülergruppe darstellen, bevor ich kurz auf die Ergebnisse jedes einzelnen Kindes eingehen werde. Die Ergebnisse der Vorschüler mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* werde ich generell einzeln auswerten, da ich mit ihnen auch das Screening einzeln durchgeführt habe. Damit werde ich am Ende für jedes Kind meiner gesamten Stichprobe eine mehr oder weniger ausführliche individuelle qualitative Auswertung haben.

Zu Beginn werde ich die Ergebnisse der Regelkindergartenkinder darstellen, bevor ich anschließend auf die der Schulkindergartenkinder mit Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* eingehen werde. Die Daten der Kinder wurden anonymisiert: die Abkürzung A. (b;c, d) steht für den Vornamen (A), das Alter zum Zeitpunkt der Durchführung des Screenings (b;c) und das Geschlecht (d).

Regelkindergarten A.:

Regelkindergarten A. befindet sich in einem eher ländlichen Stadtteil von Reutlingen. An der Durchführung des *‚Freiburger Screening'* nahmen dort alle sechs Vorschulkinder teil: A1. (6;2, w), A2. (5;10, w), C1. (6;1, w), C2. (6;1, w), L1. (5;4, m) und P1. (5;8, m). Bei ihnen sind weder Seh-, noch Hörprobleme bekannt. C1. leidet jedoch an Epilepsie und ist, laut der Kindergartenleiterin, aufgrund von Medikamenten häufig etwas *‚gedämpft'*.

Die Kinder waren insgesamt sehr motiviert und freuten sich sichtlich darauf, *‚Schule spielen'* zu dürfen. Speziell das Schülerheft hatte besondere Anziehungskraft. Alle Kinder konnten selbständig in lesbarer Schrift ihren Namen auf das Titelblatt schreiben, lediglich C1. schrieb ihren Namen spiegelverkehrt.

Bei Aufgabe eins zählten wir reihum mehrfach bis über 20 und auf Wunsch von L1. auch einmal bis 100. Mit dem Aufsagen der Zahlwortreihe bis 20, nicht nur beginnend bei eins, hatte kein Kind irgendwelche Probleme. Im Zahlenraum bis 100 *‚verzählten'* sich einzelne Kinder (z.B. 80, 81, 85), dies wurde jedoch von anderen Kindern sofort korrigiert. Speziell A2., C2. und L1. konnten die anderen Kinder gut unterstützen. Das Benennen des Nachfolgers einer vorgegebenen Zahl war für die Kinder nicht besonders schwierig. Etwas Probleme gab es jedoch beim Benennen des Vorgängers – C1. und C2. konnten diese Teilaufgabe noch nicht lösen.

Bei den Blitzblicken in Aufgabe zwei hatten die Kinder keine Probleme ihre Konzentration auf die Punktebilder zu richten. Nach eigenen Angaben waren ihnen alle Ziffern bekannt und sie konnten sich mithilfe der Tiersymbole gut im Schülerheft orientieren. Die Anzahlen vier und fünf wurden von allen Kindern korrekt erfasst, Probleme gab es hingegen bei der Erfassung der Anzahlen sechs und sieben. Dies war besonders dann der Fall, wenn die Blitzblicke (Anzahl sechs) nicht einem Würfelbild entsprachen, sondern quasisimultan erfasst werden mussten. Nur A2. erfasste alle Anzahlen korrekt, die anderen Kinder hatten mit ein oder zwei Blitzblicken gewisse Schwierigkeiten.

Bei der gemeinsamen Durchführung der Beispielaufgabe zu den Zahlzerlegungen in Aufgabe drei hatte ich den Eindruck, dass alle Kinder das Prinzip der Zahlzerlegungen verstanden hatten. Dennoch war es diejenige Aufgabe, die den Kindern am meisten Schwierigkeiten bereitete. Lediglich A2. und C2. kamen auf drei unterschiedliche Zerlegungen. P1. und L1. zeichneten hingegen dreimal dieselbe Zerlegung und A1. sowie C1. waren mit der Aufgabenstellung deutlich überfordert: Sie waren zwar bemüht, in drei verschiedenen Varianten Punkte in die *'Händepaare'* zu zeichnen, zerlegten dabei allerdings nicht die Anzahl sechs und kamen somit auf keine korrekte Zerlegung.

Bevor mit Aufgabe vier begonnen wurde, sollten die Kinder die ihnen zugeteilten Wendeplättchen abzählen und sagen, ob sie genau zehn hatten oder ggf. wie viele ihnen noch fehlten bzw. die überflüssigen zurückgeben. Dies stellte für alle Kinder keine Schwierigkeit dar und ich gehe deshalb davon aus, dass sie das Kardinalzahlprinzip weitgehend verstanden haben. Beim anschließenden Nachlegen der Punktebilder waren sie jedoch unterschiedlich erfolgreich: L1. und A2. konnten alle Punktebilder korrekt nachlegen und diese auch in ihr Heft übertragen, P1. und C2. gelang dies bei der Beispielaufgabe und zwei weiteren Teilaufgaben. A1. und C1. hatten hingegen auch mit dieser Aufgabe größere Probleme: A1. konnte die Beispiel- und noch eine weitere Teilaufgabe korrekt lösen, für C1. hingegen war keine korrekte Lösung möglich. Dennoch arbeiteten die beiden eifrig mit und wirkten fröhlich.

Bei der Durchführung des Screening sind mir speziell A1. und C1. als eher *‚schwach'* aufgefallen. Schwierigkeiten hatten sie insbesondere bei den Zahlzerlegungen und dem Nachlegen von Punktebildern. Die anderen Kinder scheinen hingegen ein altersgemäßes *‚Teile-*

Ganze-Konzept' entwickelt zu haben. Insgesamt befinden sich alle Kinder im Zahlenraum bis 20 auf dem Übergang von der zweiten zur dritten Stufe im Modell nach FUSON, einige weisen diese Kompetenzen auch schon im Zahlenraum bis 100 auf. Im Modell nach KRAJEWSKI würde ich ihre Leistungen mindestens auf der zweiten Ebene ansiedeln, wobei einige Kinder, zumindest auf der handelnden Ebene, auch schon die dritte Ebene erreicht haben. Zudem gehe ich davon aus, dass alle Kinder weitgehend das Kardinalzahlprinzip verstanden haben. Um trotzdem nochmals einen kurzen Überblick über jedes einzelne Kind zu geben, werde ich sehr knapp die individuellen Ergebnisse zusammenstellen:

A1. (6;2, w) (9 Punkte) befindet sich im Zahlenraum bis 20 bereits auf der dritten Stufe im Modell nach FUSON, im Zahlenraum bis 100 muss sie jedoch teilweise noch die korrekte Zahlwortfolge verinnerlichen. Die zehn Ziffern sind ihr, nach eigenen Angaben, bekannt. Anzahlen, die simultan erfasst werden können, sind für A1. kein großes Problem, Schwierigkeiten hingegen bereitet ihr noch die Quasisimultanerfassung. Das Prinzip der Zahlzerlegungen schien sie zwar verstanden zu haben, konnte es aber nicht auf die Anzahl sechs übertragen. Ebenfalls Probleme hatte sie mit dem Nachlegen von Punktebildern: Sie beachtete die Anzahl der Punkte sowie die Farbverteilung, die richtige Anordnung der Punkte fiel ihr jedoch recht schwer. Dennoch beteiligte sie sich motiviert am Screening.

A2. (5;10, w) (16 Punkte) beteiligte sich motiviert und konzentriert am Screening. Sie löste alle Teilaufgaben ohne Probleme. Durch die Erweiterung des Zahlenraums bis 100 in Aufgabe eins konnte ich feststellen, dass sich ihre Kompetenzen in Bezug auf die Zahlwortreihe (bis Stufe drei im Modell nach FUSON) nicht nur auf den Zahlenraum bis 20 beschränken.

Größere Probleme mit den Aufgaben hatte ***C1. (6;1, w)*** (8 Punkte). Sie ließ sich dadurch aber nicht entmutigen und war trotzdem motiviert beim Screening dabei. Hinsichtlich der Zahlwortreihe im Zahlenraum bis 20 befindet sie sich wohl zwischen zweiter und dritter Stufe im Modell nach FUSON. Probleme hatte sie noch bei der Benennung des Vorgängers einer bestimmten Zahl. Recht gut gelang ihr das Erfassen der Blitzblicke, lediglich die Anzahl sieben konnte sie nicht korrekt erfassen. Zu Problemen kam es hingegen bei den Zahlzerlegungen: Ich hatte zunächst den Eindruck, dass sie das Prinzip der Zahlzerlegungen in der Beispielaufgabe verstanden hatte. Bei der Übertragung auf die Anzahl sechs zeichnete sie dann aber zwar drei verschiedene Zerlegungen, jedoch handelte es sich dabei in keinem der Fälle um eine Zerlegung der Anzahl sechs. Auch beim Nachlegen der Punktebilder war C1. überfordert: Ihr gelang es meist, die grobe Form und Farbverteilung wiederzugeben, die Anzahl der Punkte war hingegen in nahezu keiner Teilaufgabe korrekt. Inwieweit die Schwierigkeiten auf ihr Epilepsieleiden zurückzuführen sind, bliebt offen.

C2. (6;1, w) (12,5 Punkte) befindet sich bezüglich der Zahlwortreihe im Zahlenraum bis 100 zwischen zweiter und dritter Stufe im Modell nach FUSON. Probleme hatte sie noch bei der Benennung des Vorgängers einer Zahl – dies war ihr auch im Zahlenraum bis 20 noch nicht möglich. Die Blitzblicke konnte C2., bis auf die Anzahl sieben, gut erfassen und auch das Prinzip der Zahlzerlegungen schien sie verstanden zu haben: Sie kam auf drei unterschiedliche Zerlegungen der Anzahl sechs. Etwas Probleme bereitete ihr das Nachlegen der Punktebilder: Zwei Teilaufgaben gelangen ihr recht gut, bei den anderen beiden missachtete sie jedoch Form bzw. Farbverteilung und teilweise auch die Anzahl.

L1. (5;4, m) (13 Punkte) befindet sich bereits im Zahlenraum bis 100 auf der dritten Stufe im Modell nach Fuson. Bei den Blitzblicken erfasste er nur eine Anzahl nicht korrekt und auch das Nachlegen der Punktebilder bereitete ihm keine Schwierigkeiten: er legte alle vier Punktebilder richtig nach und konnte diese auch in sein Schülerheft übertragen. Schwierigkeiten hatte L1. hingegen bei der Aufgabe mit den Zahlzerlegungen: Er hatte wohl das Prinzip verstanden und konnte es auch auf die Anzahl sechs übertragen, allerdings zeichnete er dann dreimal die gleiche Zerlegung. Aufgrund seiner sonstigen Leistungen vermute ich jedoch, dass er wohl eher die Aufgabenstellung *'drei verschiedene Zerlegungen'* nicht richtig verstanden hatte, als dass ihm die Zerlegungen an sich Probleme bereitet haben. L1. bearbeitete konzentriert die einzelnen Aufgaben und obwohl er vom Alter her erst im nächsten Jahr in die Schule kommen würde, ist er zumindest im mathematischen Bereich sehr wohl auf einem vergleichbaren Stand wie die anderen Vorschüler aus dem Regelkindergarten A.

Auch ***P1. (5;8, m)*** (11 Punkte) befindet sich bereits im Zahlenraum bis 100 auf der dritten Stufe im Modell nach Fuson. Die Blitzblicke konnte er alle, bis auf die Anzahl sechs, richtig erfassen. Da er diejenigen Teilaufgaben falsch löste, bei denen die Anzahl sechs erfasst werden sollte, vermute ich, dass er ggf. die Ziffer *'sechs'* noch nicht sicher kennt und deshalb eher fälschlicherweise andere Ziffern angekreuzt hat. Auch das Prinzip der Zahlzerlegungen schien er verstanden zu haben, allerdings zeichnete er bei der Anzahl sechs dreimal dieselbe Zerlegung. Vermutlich war es aber auch bei ihm eher ein Verständigungs- als ein Verständnisproblem. Das Nachlegen der Punktebilder gelang ihm recht gut: Einmal verwechselte er die Farben und bei einer Teilaufgabe verwendete er ein Plättchen zu viel, konnte die grobe Form aber richtig nachlegen.

Regelkindergarten B:

Regelkindergarten B. befindet sich in einem Dorf im Großraum Reutlingen. Insgesamt sieben Vorschulkinder, wovon ein Kind im Vorjahr zurückgestellt worden war, nahmen an der Durchführung des *'Freiburger Screenings'* teil: F1. (6;5, m), L2. (6;4, m), LK. (6;1, w), P2. (5;10, m), R1. (5;8, w), S. (5;11, w) und V. (6;3, m). LK. ist Brillenträgerin, bei den anderen Kindern sind weder Seh- noch Hörprobleme bekannt.

Zu Beginn der Durchführung waren die Jungs recht aufgedreht und hatten viel Blödsinn im Kopf. Die Mädchen hingegen waren motiviert und gespannt, was sie wohl erwarten würde. Speziell S. wirkte zunächst etwas ängstlich, gewann mit der Zeit aber an Selbstvertrauen.

Alle Kinder konnten selbständig, in gut leserlicher Schrift, ihren Namen auf das Schülerheft schreiben und ließen sich spätestens nach der ersten Aufgabe auf das Screening ein:

Aufgabe eins war insbesondere den Jungs vermutlich etwas zu langweilig: Ich konnte feststellen, dass sie sehr wohl die Zahlwortreihe bis 20 beherrschten, da sie jeweils kurz die *'richtige'* Zahl sagten, bevor sie eine *'ähnliche'* Zahl nannten z.B. „acht - achthundertachzig". Die Mädchen waren motivierter bei der Sache. Mit ansteigendem Schwierigkeitsgrad wurde jedoch die gesamte Gruppe ruhiger und konzentrierte sich mehr auf die Aufgabe. Alle Kinder konnten die Zahlwortreihe bis 20 sicher und bis 100 mit kleinen gegenseitigen Hilfestellungen reihum im Kreis aufsagen. Auch das Weiterzählen von einer beliebigen Startzahl bereitete allen Kindern keine große Schwierigkeiten. Probleme gab es hingegen beim Benennen des Vorgängers. Gerade die Jungs, die zunächst viel Blödsinn im Kopf hatten, konnten diese Aufgabe nur teilweise lösen – lediglich V. konnte Nachfolger und Vorgänger korrekt benennen. Die Mädchen hingegen hatten mit der gesamten Aufgabe keinerlei Probleme.

Bei Aufgabe zwei gaben alle Kinder, bis auf P2., an, dass ihnen alle Ziffern bekannt seien. Sie beobachteten die Blitzblicke konzentriert und versuchten die jeweilige Anzahl zu erfassen. Dies gelang ihnen sehr gut. Nur S. kreuzte einmal eine falsche Ziffer (sechs statt vier) an, was ich jedoch eher als Flüchtigkeitsfehler wie als Problem mit der Simultanerfassung werte.

Bei der Beispielaufgabe zu den Zahlzerlegungen bei Aufgabe drei hatte ich den Eindruck, dass die Kinder das dahinter stehende Prinzip recht gut verstanden hatten. Auch die Übertragung auf die Anzahl sechs gelang den meisten Kinder recht gut: F1., LK., S. sowie V. kamen auf drei unterschiedliche Zerlegungen, L2. und P2. fanden drei bzw. zwei Zerlegungen, wovon jedoch jeweils zwei die Tauschaufgabe voneinander waren und nur R1. hatte wohl etwas Probleme mit der Aufgabe – sie zeichnete zwar drei Zerlegungen, allerdings handelte es sich dabei dreimal um dieselbe Zerlegung.

Das Abzählen der zehn Wendeplättchen, in Vorbereitung zu Aufgabe vier, gelang den Kindern sehr gut und auch mit der tatsächlichen Aufgabenstellung hatten die meisten Kinder keine großen Schwierigkeiten: F1., LK., R1. und V. konnten bis auf seitenverkehrte Anordnungen alle fünf Punktebilder korrekt nachlegen und diese in ihr Schülerheft übertragen. P2. war bei zwei Punktebildern erfolgreich, bei den anderen verwechselte er teilweise die Farben oder ordnete die Punkte horizontal gespiegelt an. S. hingegen hatte mit der Anordnung und den Farben keine Probleme, sondern verwendete für *'ihre'* Punktebilder, die nicht einem Würfelbild entsprachen, zu viele Punkte (z. B. sie legte statt vier Punkten sieben in eine Reihe).

Bei der Durchführung des *'Freiburger Screening'* fiel mir in dieser Kindergartengruppe kein Kind als besonders *'schwach'* auf. Bei Teilaufgaben hatten einzelne Kinder zwar Schwierigkeiten, es handelte sich aber dabei immer wieder um andere Kinder. Sie scheinen daher alle ein recht altersgemäßes *‚Teile-Ganze-Konzept'* entwickelt zu haben: Im Zahlenraum bis 20 befinden sie sich alle auf dem Übergang von der zweiten zur dritten Stufe im Modell nach FUSON und einige von ihnen weisen diese Kompetenzen bereits auch im Zahlenraum bis 100 auf. Im Modell nach KRAJEWSKI sind ihre Leistungen, zumindest auf der konkret-handelnden Ebene, zwischen zweiter und dritter Ebene anzusiedeln. Zudem gehe ich bei allen Kindern davon aus, dass sie das Kardinalzahlprinzip verstanden haben. Um für jedes Kind eine Darstellung seiner Kompetenzen zu haben, werde ich im Folgenden kurz auf jedes einzelne Kind separat eingehen:

F1. (6;5, m) (14,5 Punkte) ist das Kind, das vom Schulbesuch um ein Jahr zurückgestellt wurde. Er war der ruhigste der vier Jungen und konnte die Aufgaben großteils recht gut bearbeiten: Probleme hatte er mit dem Benennen von Vorgängern, und bei einem Punktebild legte er die Punkte seitenverkehrt.

L2. (6;4, m) (14,5 Punkte) beherrschte die Zahlwortreihe im Zahlenraum bis 100 zwar schon sicher, das Benennen von Vorgängern fiel ihm hingegen noch schwer. Zu Beginn des Screenings war er sehr aufgedreht und ließ sich von V. zu viel Blödsinn anstiften. Er hatte neben der Benennung von Vorgängern *‚Schwierigkeiten',* eine dritte Zerlegung der Anzahl sechs zu finden (er zeichnete einmal die Tauschaufgabe ein), und beim Nachlegen der Punktebilder vertauschte er einmal die Farben.

LK. (6;1, w) (16 Punkte) wirkte insgesamt sehr motiviert und löste alle Aufgaben ohne Probleme.

P2. (5;10, m) (13 Punkte) ließ sich zu Beginn der Durchführung von seinen, ihm etwas überlegenen, Spielkameraden zu Blödsinn anstacheln. Da er aber schon recht früh mit den Aufgaben gut gefordert war, ließ dieses Verhalten schnell nach. Auch er konnte noch keine Vorgänger von vorgegeben Zahlen benennen, und bei den Zahlzerlegungen kam er über eine Zerlegung und deren Tauschaufgabe nicht heraus. Bei den Punktebildern beachtete er stets die Anzahl der Punkte; jedoch nicht immer die Farben und Ausrichtung.

R1. (5;8, w) (13,5 Punkte) war begeistert bei der Durchführung des Screenings dabei. Die meisten Aufgaben stellten für sie kein Problem dar, ausschließlich die Zahlzerlegungen bereiteten ihr Schwierigkeiten: Sie fand nur eine Zerlegung der Anzahl sechs, die sie dreimal einzeichnete. Aufgrund ihrer sonstigen Leistungen und da ich auch den Eindruck hatte, dass sie das Prinzip der Zahlzerlegungen verstanden hatte, gehe ich davon aus, dass sie wahrscheinlich Probleme mit der Bezeichnung *‚verschiedene'* hatte: Sie zeichnete zwar dreimal die gleiche Zerlegung, ordnete die Punkte aber jedes Mal unterschiedlich an.

S. (5;11, w) (14 Punkte) war zunächst recht ängstlich. Nachdem sie aber die ersten Aufgaben ohne Probleme löste, gewann sie an Selbstsicherheit. Einen Blitzblick erfasste sie nicht korrekt. Da sie aber bei den anderen Blitzblicken keine Probleme hatte, werte ich dies eher als Flüchtigkeitsfehler. Etwas Probleme hatte S. jedoch beim Nachlegen der Punktebilder:

sie beachtete die Ausrichtung und die Farbverteilung, missachtete aber mehrfach die Anzahl der Punkte.

V. (6;3, m) (16 Punkte) war derjenige, der am meisten Blödsinn im Kopf hatte und auch seine Spielkameraden anstachelte. Dennoch hat er alle Aufgaben korrekt gelöst und die volle Punktzahl erzielt. Sein Verhalten könnte als Indiz dafür gewertet werden, dass für ihn das Screening wohl schon etwas zu einfach war.

Im Gegensatz zu Regelkindergarten A wiesen die Vorschulkinder aus Regelkindergarten B insgesamt leicht bessere Leistungen auf. Dennoch sind die Leistungen der beiden Gruppen vergleichbar und bei allen Kindern, bis auf A1. und C1., bin ich der Ansicht, dass sie ein altersgemäßes *'Teile-Ganze-Konzept'* entwickelt haben. Inwieweit dies bei den Vorschülern mit Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* der Fall ist, werde ich im Folgenden genauer darstellen.

Schulkindergärten:

Die vier an meiner Untersuchung beteiligten Schulkindergärten befinden sich in verschiedenen Kleinstädten im Großraum Reutlingen. Einer dieser Schulkindergärten ist direkt an eine öffentliche Schule für Geistigbehinderte (SfG) angegliedert, die anderen gehören zu einer größeren regionalen Behinderteneinrichtung. An insgesamt sieben Terminen hatte ich die Möglichkeit, mit zwölf Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'*[16] das *'Freiburger Screening'* durchzuführen. Die Ergebnisse der Einzelscreenings stelle ich im Folgenden dar:

C3. (6;0, m) (16 Punkte) ist ein Junge mit Asperger-Autismus, der mit einer Integrationskraft in eine Regelschule eingeschult werden soll. Er kann bereits sinnentnehmend lesen sowie Zahlen bis in den Tausenderbereich benennen und notieren. Problematisch ist hingegen sein Verhalten. Wahrscheinlich langweilt er sich häufig bei den regulären Aktivitäten im Schulkindergarten, denn er sucht, laut der Erzieherin, immer nach neuen Herausforderungen. Daher freute er sich auch sehr auf das Screening.

Aber auch mit den Aufgaben des Screenings war er eher unterfordert. Dennoch arbeitete er konzentriert mit und konnte alle Aufgaben korrekt lösen. Um über die Entwicklung seines Zahlverständnisses jedoch einen differenzierteren Einblick zu bekommen, stellte ich ihm anschließend weiterführende Aufgaben. Dabei konnte ich folgende Kompetenzen feststellen: C3. kann im Zahlenraum bis 1000 vor- wie auch rückwärts zählen, die Startzahl ist für ihn dabei nicht relevant. Dasselbe gelingt ihm auch in Zweier-, Zehner- und Hunderterschritten. Anzahlen im Zahlenraum bis 29 kann er ohne Probleme in zwei oder drei Teilmengen zerlegen. Additions- sowie Subtraktionsaufgaben bewältigt er im Zahlenraum bis 50 mit der Counting-on-Strategie. Auch Additionsaufgaben mit Zehnerübergang bereiten ihm dabei keine

[16] Die angegebenen *'Diagnosen'* beruhen auf den Aussagen der jeweiligen Erzieherinnen.

Schwierigkeiten, die Verdopplungsaufgaben im Zahlenraum bis 30 hat er bereits automatisiert.

→ Mit diesen vorhandenen Kompetenzen ist C3. den anderen bisher untersuchten Kindern deutlich überlegen: Im Modell nach KRAJEWSKI sind seine Leistungen wohl sogar auf der symbolischen Ebene schon auf der dritten Ebene anzusiedeln und auch im Modell nach FUSON befindet er sich bereits auf der höchsten, der fünften Niveaustufe.

D. (6;2, m) (12 Punkte) ist ein weiterer autistischer Junge, der jedoch voraussichtlich in eine SfG eingeschult wird. Bei ihm probierte ich zunächst eine gemeinsame Durchführung des Screenings mit J2. aus. Aufgrund der großen Kompetenzunterschiede und vor allem auch wegen der Verhaltensprobleme von D. brach ich diesen Versuch jedoch noch vor Beendigung der ersten Aufgabe ab. Danach war D. deutlich motivierter und zeigte ein großes Interesse an den Inhalten des Screenings. Er konnte seinen Namen auf das Titelblatt des Schülerhefts schreiben und ergänzte sogar das aktuelle Datum.

In Aufgabe eins war D. beim gemeinsamen Zählen J2. deutlich überlegen und er konnte nicht die Geduld aufbringen, sich auf diese Situation einzulassen. Stattdessen rief er ständig irgendwelche Zahlen in dem Raum und *‚rastete'* fast aus. In der Einzelsituation konnte er dann ohne Probleme, von jeder beliebigen Zahl aus, bis 30 zählen und sämtliche Vorgänger- und Nachfolgerzahlen nennen.

Auch die Blitzblicke in Aufgabe zwei bereiteten D. keine Schwierigkeiten - er konnte alle Anzahlen korrekt benennen. Die Ziffern waren ihm zwar bekannt, aber vermutlich aufgrund seiner autistischen Verhaltensweisen war es ihm nicht möglich, die entsprechende Ziffer anzukreuzen und somit der eigentlichen Aufgabenstellung nachzukommen. Stattdessen wollte er stets alle Ziffernkästchen anmalen und teilweise äußerte er, dass er damit Rechenaufgaben darstellen wollte (z.B. 10-7=3).

Auch Aufgabe drei fiel D. nicht allzu schwer. In der Beispielaufgabe wurde deutlich, dass er das Prinzip der Zahlzerlegungen verstanden hatte. Er konnte dies auch auf die Anzahl sechs übertragen und fand drei verschiedene Zerlegungen.

Zur Vorbereitung von Aufgabe vier war es ihm möglich, genau zehn Wendeplättchen abzuzählen. Ich hatte bei ihm den Eindruck, dass er das Kardinalzahlprinzip bereits verstanden hat. Mit der tatsächlichen Aufgabenstellung hatte er dann aber seine Probleme: Er konnte sich nur auf die Anzahl der Punkte konzentrieren und zudem weigerte er sich, seine Punktebilder mit Farbstiften in sein Schülerheft zu übertragen. Dadurch kam er zwar auf keine korrekte Lösung, ich gehe aber davon aus, dass dieses Verhalten auf seine Behinderung zurückzuführen ist. Auch andere, weiterführende Aufgaben verweigerte er.

→ D. konnte ohne große Probleme alle Aufgaben des Screenings bearbeiten. Er befindet sich im Zahlenraum bis 30 auf der dritten Stufe im Modell nach FUSON und im Modell nach

Krajewski würde ich seine Leistungen bereits auf der dritten Ebene ansiedeln. Insgesamt war D. motiviert, aber dennoch war die Durchführung des Screenings nicht ganz unproblematisch, da er immer wieder nicht der eigentlichen Aufgabenstellung nachkam, sondern selbst Aufgaben kreierte. Dies führe ich auf seine autistischen Verhaltensweisen zurück.

Die entwicklungsverzögerte ***E. (6;5, w)*** (9 Punkte) ist Brillenträgerin. Bisher ist bei ihr noch nicht klar, in welchem Schultyp sind ab kommendem Schuljahr unterrichtet werden soll. Zunächst hatte sie keine große Lust, am Screening teilzunehmen. Das Schülerheft hatte auf sie aber eine motivierende Wirkung und ohne Aufforderung schrieb sie ihren Namen in Großbuchstaben gut lesbar auf das Titelblatt.

In Aufgabe eins zählte sie im Wechsel mit mir problemlos von verschiedenen Startzahlen aus bis 15. Danach folgte eine unregelmäßige Zahlenfolge. Gab ich ihr jedoch die Hilfestellung „15,16,17“, kam sie ohne weitere Hilfe bis 20. Ich gehe deshalb davon aus, dass ihr der Übergang von 15 zu 16 und 17 noch nicht geläufig ist, sie aber den restlichen Teil der Zahlwortreihe bis 20 schon verinnerlicht hat. Das Benennen des Vorgängers einer bestimmten Zahl war ihr hingegen nicht möglich.

Mit den Blitzblicken in Aufgabe zwei hatte E. etwas Probleme: Die Anzahl vier konnte sie simultan erfassen und auch die Anzahl fünf bereitete ihr noch keine allzu großen Schwierigkeiten, wenn die Punkte alle dieselbe Farbe hatten. Die anderen Blitzblicke konnte sie jedoch nicht korrekt erfassen: Einmal war sie während der Präsentationszeit nicht konzentriert und die anderen Male nannte sie die Zahlen acht oder neun. Sie erkannte also, dass es mehrere Punkte waren, aber sie konnte diese noch nicht mit einer konkreten Zahl in Verbindung bringen. Die Ziffern waren ihr noch nicht bekannt.

Bei der Beispielaufgabe von Aufgabe drei hatte ich das Gefühl, dass E. das Prinzip der Zahlzerlegungen verstanden hatte. Dies bestätigte sich auch bei der Übertragung auf die Anzahl sechs: Sie fand zwei verschiedene Zerlegungen, bei der dritten wiederholte sie dann jedoch ihre zweite Variante. Zur Kontrolle überprüfte sie die Anzahl am Ende jeweils, indem sie ihre gezeichneten Punkte zusammenzählte.

Zur Vorbereitung von Aufgabe vier sollte E. die ihr zugeteilten Wendeplättchen abzählen und überprüfen, ob sie tatsächlich zehn bekommen hatte. Dies gelang ihr gut und ich gehe davon aus, dass sie das Kardinalzahlprinzip verstanden hat. Auch das Nachlegen der Punktebilder bereitete ihr wenig Probleme: Drei der vier Teilaufgaben konnte sie korrekt nachlegen und in ihr Schülerheft übertragen. Bei der vierten Teilaufgabe beachtete sie Form und Farben, verwendete jedoch einen Punkt zu viel.

→ E. konnte zwar nicht alle Aufgaben fehlerfrei lösen, dennoch weist sie bereits einige mathematische Vorläuferfertigkeiten auf: Sie befindet sich im Zahlenraum bis 15 auf der zweiten Stufe im Modell nach Fuson und hat vermutlich zudem bereits das Kardinalzahlprinzip verstanden. Wenige Schwierigkeiten hatte sie mit den Zahlzerlegungen und dem Nachlegen von Punktebildern, Probleme bereiteten ihr hingegen Blitzblicke. Es war ihr nur möglich, die Anzahl vier sicher zu erfassen, größeren Anzahlen konnte sie keine konkrete Zahl zuordnen.

F2. (5;7, m) (9 Punkte) ist leicht entwicklungsverzögert und soll möglicherweise in eine Regelschule eingeschult werden. Er war zwar motiviert, am Screening teilzunehmen, aber auch etwas aufgeregt. Dies versuchte er zunächst mit Blödsinn (*„Ich bin Mickey Mausi“*) zu überspielen, konnte sich aber mit der Zeit auf die Situation einlassen. Seinen Namen schrieb er spiegelverkehrt in Großbuchstaben gut lesbar auf sein Schülerheft, mit dem Nennen seines Geburtsdatums hatte er noch Schwierigkeiten.

Das Zählen in Aufgabe eins war für F2. bis 20 und stets beginnend bei eins kein großes Problem. Schwierigkeiten hingegen hatte er beim Weiterzählen von einer bestimmten Zahl aus sowie dem Benennen von Vorgänger- und Nachfolgerzahlen. Er musste bei diesen Aufgabenstellung jeweils von eins bis zur entsprechenden Zahl zählen, konnte dann aber die jeweiligen Zahlen nennen.

In Aufgabe zwei konnte er die Blitzblicke noch nicht (quasi-)simultan erfassen, sondern versuchte jeweils die Anzahl der Punkte abzuzählen. Mit dieser Methode kam er jedoch nur bei der Hälfte der Blitzblicke zum richtigen Ergebnis. Die Ziffern konnte er selbständig benennen und auch den entsprechenden Anzahlen zuordnen.

Bei der Beispielaufgabe zu Aufgabe drei hatte ich das Gefühl, dass F2. das Prinzip der Zahlzerlegungen verstanden hatte, bei der Übertragung auf die Anzahl sechs hatte er dann jedoch gewisse Schwierigkeiten: Seine erste Zerlegung bestand insgesamt aus dreizehn Kreuzen. Daraufhin erarbeitete ich noch einmal mit ihm die Aufgabenstellung. Anschließend kam er ohne weitere Hilfestellung auf zwei korrekte Zerlegungen.

Beim Abzählen von genau zehn Wendeplättchen, zur Vorbereitung zu Aufgabe vier, hatte ich das Gefühl, dass F2. das Kardinalzahlprinzip verstanden hat. Auch das Nachlegen der Punktebilder bereitete ihm nicht allzu viele Schwierigkeiten: Zwei Teilaufgabe konnte er richtig nachlegen und auch korrekt in sein Schülerheft übertragen. Bei den anderen beiden Teilaufgaben beachtete er die Form und die Farbverteilung, verwendete aber zu viele Wendeplättchen.

→ F2. war mit keiner der Aufgaben komplett überfordert, hatte aber doch mit jeder Aufgabe auch gewisse Probleme: Bezüglich der Zahlwortreihe befindet er sich im Zahlenraum bis 20 auf der zweiten Stufe im Modell nach Fuson. Zudem verfügt er wahrscheinlich bereits über das Kardinalzahlprinzip. Blitzblicke nimmt er nicht simultan wahr, sondern versucht, die Anzahlen abzuzählen. Dabei verzählt er sich jedoch öfters. Das Prinzip der Zahlzerlegungen hat er schon recht gut verstanden und auch das Nachlegen der Punktebilder sowie die Übertragung ins Schülerheft meisterte er recht gut. Er beachtete stets die Form und Farbverteilung, teilweise hatte er noch Schwierigkeiten, die korrekte Anzahl an Wendeplättchen zu verwenden. Insgesamt hatte er zunächst zwar recht viel Blödsinn im Kopf, ließ sich dann aber doch auf das Screening ein und arbeite motiviert mit.

Ebenfalls entwicklungsverzögert ist ***I. (6;3, m)*** (11 Punkte), der jedoch auf jeden Fall in eine SfG eingeschult werden soll. Er war motiviert, schrieb lesbar, jedoch spiegelverkehrt, seinen Namen auf sein Schülerheft und wollte gleich mit den Aufgaben beginnen.

Bei Aufgabe eins konnte er sicher, im Wechsel mit mir, von eins bis zwölf zählen. Weiter war ihm die Zahlwortreihe jedoch noch nicht bekannt und auch das Zählen von einer anderen Startzahl aus sowie das Benennen von Vorgänger und Nachfolger einer bestimmten Zahl war ihm nicht möglich.

Die Blitzblicke in Aufgabe zwei konnte er, bis auf einen, anzahlmäßig alle richtig bestimmen. Allerdings hatte ich auch bei ihm das Gefühl, dass er die Punkte nicht (quasi-)simultan erfasste, sondern vielmehr im *‚mentalen Bild'* abzählte. Die Zuordnung der jeweiligen Zahl zur entsprechenden Ziffer war ihm noch nicht möglich.

In der Beispielaufgabe von Aufgabe drei hatte ich den Eindruck, dass er das Prinzip der Zahlzerlegungen verstanden hatte. Bei der Übertragung auf die Anzahl sechs war er dann zunächst aber etwas unsicher und brauchte noch kleine Hilfestellungen. Im Endeffekt kam er auf drei verschiedenen Zerlegungen, die erste allerdings hatte er mit mir zusammen erarbeitet.

Das Abzählen von genau zehn Wendeplättchen als Vorbereitung zu Aufgabe vier gelang ihm gut, allerdings bin ich nicht sicher, ob er tatsächlich das Kardinalzahlprinzip verstanden hat. Das Nachlegen der Punktebilder und die Übertragung in das Schülerheft gelang ihm gut: Die Beispielaufgabe und drei Teilaufgaben konnte er korrekt nachlegen und abzeichnen, bei der letzten Teilaufgabe missachtete er die Ausrichtung.

→ Insgesamt war I. sehr motiviert und weist auch schon einige mathematische Vorläuferfertigkeiten auf: Im Zahlenraum bis zwölf befindet er sich auf der zweiten Stufe im Modell nach Fuson und das *‚Teile-Ganze-Konzept'* hat er schon recht gut verstanden. Kleine Mengen scheint er jedoch nicht (quasi-)simultan zu erfassen, sondern versucht, alles auszuzählen, und weist dabei gute Gedächtnis- und schnelle Zählfertigkeiten auf.

J1. (5;5, m) (8,5 Punkte) ist entwicklungsverzögert und es ist noch nicht ganz klar, ob er in eine SfG oder eine Förderschule eingeschult wird. Er war motiviert, machte aber zunächst einen eher ängstlichen Eindruck. Seinen Namen konnte er noch nicht schreiben, setzte aber zwei Schnörkel als Unterschrift auf das Titelblatt seines Schülerhefts.

In Aufgabe eins konnte er im Wechsel mit mir bis 20 zählen, wobei er ab elf stets 11,12,16,17,18,19,20 zählte. Dies war ihm von jeder beliebigen Startzahl aus möglich, Vorgänger und Nachfolger konnte er hingegen noch nicht benennen.

Die Blitzblicke in Aufgabe zwei konnte er, bis auf einen, richtig bestimmen. Allerdings hatte ich auch bei ihm den Eindruck, dass er die Punkte weniger (quasi-)simultan wahrnahm, sondern vielmehr die Punkte in seinem *'mentalen Bild'* abzählte. Da J1. insgesamt eher etwas vorsichtiger wirkte, weiß ich nicht, ob er vielleicht auf diese Strategie zurückgriff, um seine (quasi-)simultane Wahrnehmung abzusichern, oder ob dies für ihn die einzige Lösungsmöglichkeit war. Die Ziffern waren ihm noch nicht bekannt.

Bei der Beispielaufgabe zu Aufgabe drei hatte J1. zunächst etwas Probleme, die Aufgabenstellung zu verstehen, konnte dann aber mehrere Zerlegungen der Anzahl vier herstellen. Bei der Übertragung auf die Anzahl sechs hatte er verbal gute Ideen, konnte diese aber nur mit Mühe zu Papier bringen. Schließlich kam er auf zwei korrekte Zerlegungen.

J1. konnte zwar, zur Vorbereitung von Aufgabe vier, zehn Wendeplättchen korrekt abzählen, allerdings gehe ich eher davon aus, dass er das Kardinalzahlverständnis noch nicht sicher beherrscht. Mit der tatsächlichen Aufgabenstellung hatte er dann einige Schwierigkeiten: Er konnte zwar ohne Probleme die jeweilige Anzahl der Punkte, vermutlich mithilfe seinem *'mentalen Bild'*, nennen, das Nachlegen mit Wendeplättchen fiel ihm hingegen schwer. Auch die Übertragung in sein Schülerheft war für ihn, aber eher aus graphomotorischen Gründen, recht schwierig. Nach der Beispielaufgabe verweigerte er das Zeichnen. Ich versuchte noch eine weitere Teilaufgabe durchzuführen. Da J1. auch diese verweigerte, wurde das Screening vorzeitig beendet.

→ Insgesamt kann ich sagen, dass J1. ein begeisterter Zähler ist und ihm dies auch schon recht gut gelingt: Im Zahlenraum bis elf befindet er sich zwischen zweiter und dritter Stufe im Modell nach Fuson. Die Zahlwortreihe zwischen zwölf und 20 hat er noch nicht komplett verinnerlicht, sondern ist hierbei noch in der *„stabilen, aber unkonventionellen Phase“* (Fuson et al. 1988, zit n. Schäfer SS 2011). Inwieweit er kleine Mengen (quasi-)simultan erfassen kann, bleibt offen. Auf jeden Fall zeigt er recht gute Gedächtnisleistungen und scheint seine Zählkompetenzen für alle möglichen Aufgabenstellungen zu nutzen. Zahlzerlegungen schienen für ihn neu zu sein, er verstand jedoch recht schnell das dahinter stehende Prinzip und konnte es auch auf andere Anzahlen übertragen. Probleme hatte er mit dem Nachlegen von Punktebildern. Allgemein war er eher etwas vorsichtiger, beteiligte sich aber großteils motiviert am Screening.

Die stark entwicklungsverzögerte ***J2. (5;5, w)*** (0,5 Punkte) soll zum kommenden Schuljahr in eine SfG eingeschult werden. In der Zweierkonstellation war sie D. deutlich unterlegen, wovon sie sich jedoch zum Glück nicht einschüchtern ließ. In der Einzelsituation war sie sehr motiviert und auf ihrem Schülerheft *‚unterschrieb'* sie mit einer Kritzelei.

Bei Aufgabe eins zählte sie ohne Hilfestellung bis fünf, danach folgte ein unregelmäßiges Zahlenwirrwarr. Sie musste die Zahlwortreihe stets bei eins beginnen und das Benennen von Vorgänger und Nachfolger einer bestimmten Zahl war ihr noch nicht möglich. Dafür zählte sie ohne Aufforderung rückwärts von zehn bis acht. Ich gehe aber davon aus, dass es sich dabei eher um eine bekannte Floskel handelte, als um tatsächliches Rückwärtszählen.

Das Erfassen von Blitzblicken in Aufgabe zwei war ihr noch nicht möglich. Daher wandelte ich die Aufgabe so um, dass sie Wendeplättchenmengen (4-2, 5-1, 6-4, 7-6 und 9-7) vergleichen sollte. Dies gelang ihr recht gut, da sie jeweils eine Eins-zu-Eins-Zuordnung herstellte. Ein Abzählen der Mengen war ihr noch nicht möglich.

Auch Aufgabe drei fiel J2. recht schwer. Ich hatte den Eindruck, dass für sie das Prinzip der Zahlzerlegungen noch nicht nachvollziehbar war. Deshalb modifizierte ich die Aufgabe so, dass sie sechs Muggelsteine jeweils auf ein *‚Händepaar'* verteilen sollte. Dabei kam sie über das gleichmäßige Verteilen der Steine auf eine Zerlegung (3+3). Eine andere Zerlegung war ihr nicht möglich. Bei der Notation wurde deutlich, dass sie das Eins-zu-Eins-Prinzip anwendet, sie zeichnete genau an die Stelle des gelegten Steins einen Kringel auf das Papier.

Mit Aufgabe vier war J2. überfordert: Teilweise beachtete sie ein Merkmal (z.B. nur ein roter Punkt, grobe Ausrichtung), aber insgesamt war es ihr nicht möglich, ein Punktebild richtig nachzulegen und ihr Punktebild in das Schülerheft zu übertragen. Zudem konnte sie die Farben rot und blau noch nicht benennen.

→ J2. war mit dem Screening deutlich überfordert. Aufgrund ihrer Motivation brach ich die Durchführung jedoch nicht früher ab, sondern modifizierte einige Aufgaben. Ihre Vorläuferfertigkeiten, egal ob im Modell nach FUSON oder KRAJEWSKI, befinden sich noch im untersten Bereich. Dennoch beherrscht sie bereits die Zahlwortreihe bis fünf, kann Eins-zu-Eins-Zuordnungen herstellen und damit zwei Mengen protoquantitativ vergleichen. Möglicherweise handelt es sich dabei bereits um eine erlernte Kompensationsstrategie.

Auch **K1. (6;6, m)** (10,5 Punkte) ist entwicklungsverzögert. Er wurde bereits ein Jahr vom Schulbesuch zurückgestellt und soll nun diesen Herbst in eine SfG eingeschult werden. Er freute sich sehr auf das Screening, da Zahlen, laut der Erzieherin, derzeit zu seinen Hauptinteressen gehören. Gut leserlich schrieb er seinen Namen auf das Titelblatt seines Schülerhefts und schien gespannt zu sein, was ihn erwartete.

In Aufgabe eins konnte er von verschiedenen Startzahlen sicher bis 15 zählen und mit kleinen Hilfestellungen (z.B. „sss' → sechzehn) kam er auch bis 20. Bei den Vorgängern musste er in den ersten beiden Beispielen erst einmal überlegen, danach bereitete es ihm aber bei verschiedenen Zahlen keine Schwierigkeiten. Ich gehe deshalb davon aus, dass er zunächst mit der Aufgabenstellung etwas unsicher war.

Die Blitzblicke in Aufgabe zwei konnte K1. bis fünf recht gut erfassen, bei größeren Anzahlen (sechs und sieben) und somit mit der Quasisimultanerfassung hatte er Schwierigkeiten. Die Ziffern waren ihm noch nicht bekannt.

Bei Aufgabe drei fand er zur Anzahl vier mehrere mögliche Zahlzerlegungen und auch die Übertragung auf die Anzahl sechs war für ihn möglich. Zunächst hatte er drei verschiedene Zerlegungen im Kopf (6+0, 3+3, 2+4), zeichnete jedoch eine falsch ein (2+3 statt 3+3) und kam deshalb auf zwei richtige und eine falsche Zerlegung.

Das Abzählen von genau zehn Wendeplättchen in Aufgabe vier gelang ihm gut, wobei ich nicht sicher bin, ob er das Kardinalzahlprinzip schon tatsächlich verinnerlicht hat (vs. *'last-word response',* vgl. 2.1.2.2). Beim Legen der Punktebilder erkannte K1. stets die richtige Anzahl. Schwierigkeiten hatte er noch, gleichzeitig auf die Farbverteilung bzw. die Ausrichtung der Figuren zu achten. Das Zeichnen der gelegten Punktebilder war für ihn kein großes Problem. Er arbeitete sorgfältig und wollte keinen Fehler machen. Nach Abschluss dieser letzten Aufgabe fragte K1. gleich nach dem *‚nächsten Heft'*.

→ K1. weist bereits einige mathematische Vorläuferfertigkeiten auf: Er beherrscht alle Zählprinzipien und im Zahlenraum bis 15 befindet er sich bereits auf der dritten Stufe im Modell nach FUSON. Mengen bis fünf kann er ohne Probleme erfassen, die Quasisimultanerfassung fällt ihm hingegen noch etwas schwer. Allgemein zeigte K1. ein großes Interesse für Zahlen und arbeitete motiviert mit.

Mit **K2. (5;11, m)** (0 Punkte), ein Vorschüler mit Downsyndrom, konnte das Screening nicht durchgeführt werden: Für ihn war es einerseits nicht möglich, sich auf die Situation am Tisch einzulassen, und andererseits hatte ich auch in Spielsituationen (z.B. Zählen beim Ballwerfen) den Eindruck, dass er bisher keinen Bezug zu Zahlen hat.

M1. (5;11, m) (0,5 Punkte) ist primär körperbehindert, aber soll trotzdem in eine SfG eingeschult werden. Er war motiviert und *‚schrieb'* sofort auf das Deckblatt seinen Namen – dazu zeichnete er einen *‚Kopffüßler'*. Danach wollte er unmittelbar mit einer Aufgabe aus dem Schülerheft beginnen, deshalb wurde die erste Aufgabe zunächst zurückgestellt.

Stattdessen begannen wir das Screening mit Aufgabe zwei. M1. konnte die Ziffern noch nicht benennen und auch die Erfassung von Blitzblicken war ihm noch nicht möglich. Er arbeitete bereitwillig mit, doch ich hatte den Eindruck, dass er die Aufgabe nicht wirklich verstanden hatte. Daher wurde diese Aufgabe nach der zweiten Teilaufgabe (Vogel) abgebrochen.

Bei Aufgabe drei hatte ich den Eindruck, dass M1. ein gewisses Verständnis für Zahlzerlegungen hat. Bei der Anzahl sechs kam er (mit Material) auf eine einzige Zerlegung (3+3), die er in zwei verschiedene *‚Händepaare'* einzeichnete. Danach hatte er, nach eigenen Angaben, keine Idee mehr für eine weitere Zerlegung. Daher wurde auch diese Aufgabe vorzeitig beendet. Aufgrund seines Vorgehens gehe ich davon aus, dass für ihn eine Zahlzerlegung noch gleichbedeutend mit dem gleichmäßigen Verteilen einer Menge ist.

Obwohl ihm die bisherigen Aufgaben sichtlich schwer fielen, beteiligte er sich noch immer motiviert am Screening. Bei Aufgabe vier betrachtete er interessiert die Punktebilder, konnte diese aber nicht korrekt nachlegen. Dennoch bat ich ihn, seine Punktebilder in das Schülerheft zu übertragen. Dabei hatte er entweder die Aufgabenstellung nicht verstanden oder ihm war die Übertragung von der konkreten auf die ikonische Ebene nicht möglich – er zeichnete vielmehr die entsprechenden Symbole (z.B. Tisch) der jeweiligen Teilaufgabe nach. Dennoch wurde die Aufgabe bis zum Ende fortgeführt und M1. fragte sogar nach einem weiteren Punktebild.

Zum Abschluss wurde dann noch Aufgabe eins durchgeführt. Dabei wurde ersichtlich, dass er die Zahlwortreihe bisher nur bis zwei beherrscht. Die beiden Zahlen kann er jedoch schon zum Zählen einsetzen: er trennt sie voneinander und beachtet beim Abzählen von zwei Wendeplättchen das Eins-zu-Eins-Prinzip.

Um seine vorhandenen mathematischen Kompetenzen noch etwas näher bestimmen zu können, sollte er zum Abschluss noch einige Mengenpaare mit *‚mehr'* und *‚weniger'* beurteilen. Dies gelang ihm recht gut (10-2 (8-3, 6-4) Wendeplättchen).

→ Insgesamt kann deshalb gesagt werden, dass die Aufgaben für M1. noch eindeutig zu schwer waren. Dennoch weist er bereits einige mathematische Vorläuferfertigkeiten auf: Er beherrscht die Zahlwortreihe bis zwei, wendet in diesem Bereich das Eins-zu-Eins-Prinzip an und trennt die beiden Zahlen voneinander. Zudem ist ihm ein protoquantitativer Mengenvergleich möglich. Allgemein zeigte er sich Zahlen und Mengen gegenüber interessiert und beteiligte sich motiviert am Screening.

M2. (6;3, m) (13 Punkte), ein autistischer Junge, wird zum nächsten Schuljahr in eine SfG eingeschult. Laut der Erzieherin ist er an mathematischen Inhalten sehr interessiert und freute sich schon sehr auf das Screening. Er war motiviert, schrieb seinen Namen in Großbuchstaben auf sein Schülerheft und konnte selbstständig sein Geburtsdatum nennen und notieren.

Bei Aufgabe eins war er zunächst etwas zurückhaltend, konnte aber im Wechsel mit mir und der Erzieherin von verschiedenen Startzahlen aus bis 40 zählen und auch sämtliche Vorgänger und Nachfolger richtig benennen.

Bei den Blitzblicken in Aufgabe zwei konnte er es kaum abwarten, dass ich ihm den nächsten zeigte. Die Würfelbilder, die Anzahl vier sowie ein zusammengesetztes Punktebild konnte er korrekt erfassen. Mit den anderen Blitzblicken, die quasisimultan zu erfassen waren, hatte er etwas Schwierigkeiten und konnte die Anzahl nicht während des Blitzblicks erfassen.

Damit er trotzdem, zwar zählend, die Anzahl bestimmen konnte, zeigte ich ihm die jeweiligen Punktebilder etwas länger, werte sie aber dann als falsch.

Bei der Beispielaufgabe zu Aufgabe drei hatte ich das Gefühl, dass M2. das Prinzip der Zahlzerlegungen verstanden hatte. Dies bestätigte sich bei der Übertragung auf die Anzahl sechs – er kam auf drei verschiedene Zerlegungen.

Auch Aufgabe vier bereitete M2. keine großen Probleme. Zunächst zählte er genau zehn Wendeplättchen ab, wobei ich davon ausgehe, dass er das Kardinalzahlprinzip verstanden hat. Danach führte ich mit ihm die Beispielaufgabe schrittweise durch. Anschließend konnte er ohne Probleme alle vier Teilaufgaben richtig nachlegen und in sein Schülerheft übertragen. Danach fragte er mich, ob ich in der nächsten Woche wieder zu ihm kommen würde.

→ M2. war sehr motiviert und es zeigte sich, dass er schon recht gute mathematische Vorläuferfertigkeiten aufweist: Er befindet sich im Modell nach FUSON im Zahlenraum bis 40 mindestens schon auf der dritten Stufe und hat vermutlich auch das Kardinalzahlprinzip verstanden. Zahlzerlegungen und das Nachlegen von Punktebildern bereiteten ihm keine große Schwierigkeiten. Probleme hatte er noch etwas mit der Quasisimultanerfassung.

R2. (6;2, m) (5,5 Punkte) gilt als entwicklungsverzögert und wird wohl in eine SfG eingeschult werden. Er hatte zunächst nicht besonders viel Lust, am Screening teilzunehmen, konnte von mir dann aber recht schnell dazu motiviert werden und schrieb in gut lesbarer Schrift seinen Namen auf das Titelblatt des Schülerhefts.

Bei Aufgabe eins zählte er im Wechsel mit mir und der anwesenden Erzieherin, von verschiedenen Zahlen aus, ohne Probleme bis zwölf. Danach nannte er stets die 19, bevor er dann ein *‚Zahlenwirrwarr'* aufsagte (z.B. 12,19,15,18,85 bzw. 12,19,16,20,3,4). Schwierigkeiten hatte er mit dem Benennen des Vorgängers einer Zahl.

Bei den Blitzblicken in Aufgabe zwei hatte ich den Eindruck, dass er die Punktebilder nicht (quasi-)simultan erfasste, sondern vielmehr sich das Punktebild mental vorstellte, um daran die Punkte abzählen zu können. Mit dieser Methode kam er teilweise auf die richtige Anzahl, teilweise verzählte er sich aber auch. Die Ziffern waren ihm noch nicht bekannt.

In der Beispielaufgabe zu den Zahlzerlegungen in Aufgabe drei konnte ich feststellen, dass R2. noch Probleme hat, sich eine Menge mental vorzustellen. Daher wurde die Aufgabe so abgeändert, dass er die Anzahl sechs auf konkreter Ebene auf die *‚Händepaare'* verteilen sollte. Dies gelang ihm gut und er kam auf drei verschiedene Zerlegungen. Die Notation dieser Zerlegungen fiel ihm jedoch noch schwer - er brauchte Unterstützung von der Erzieherin.

Bei Aufgabe vier sollte R2. zunächst genau zehn Wendeplättchen abzählen. Dies gelang ihm gut und ich hatte den Eindruck, dass er das Kardinalzahlprinzip verstanden hat. Danach wurde aber ziemlich schnell ersichtlich, dass seine Konzentration stark nachließ. Dies konnte auch durch ein kurzes Bewegungsspiel nicht verbessert werden. Daher wurde nach der ersten Teilaufgabe, bei der er die Anzahl und die Farbverteilung richtig erkannte, ihm aber die korrekte Anordnung nicht möglich war, das Screening abgeschlossen.

→ Insgesamt zeigte sich R2. bei der Durchführung des Screenings motiviert. Er verfügt bereits über einige mathematische Vorläuferfertigkeiten: Er beherrscht die Zahlwortreihe bis zwölf und befindet sich in diesem Bereich bereits auf der zweiten Stufe im Modell nach Fuson. Zudem sind ihm die Zählprinzipien bekannt. Blitzblicke nimmt er vermutlich nicht (quasi-)simultan wahr, sondern versucht die Anzahlen durch Zählen zu bestimmen. Bei Zahlzerlegungen ist er noch auf die konkrete Ebene angewiesen. R2. arbeitet motiviert mit, bei der letzten Aufgabe hatte er jedoch starke Konzentrationsprobleme.

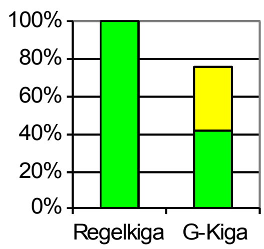
6.4.2 Gegenüberstellung und Interpretation der Ergebnisse der beiden Untersuchungsgruppen

Bei der bisherigen Auswertung der Ergebnisse der einzelnen Kinder wurde deutlich, dass

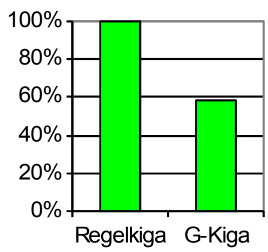
- kein Regelkindergartenkind mit dem Screening komplett überfordert war und die meisten von ihnen einen Großteil der Aufgaben ohne Probleme lösen konnten;
- bei den Kindern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* das mathematische Vorwissen im Gesamten niedriger war, diese Kinder aber dennoch gewisse mathematische Vorläuferfertigkeiten aufwiesen;
- die Bandbreite der Leistungen bei den Kindern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'*, zumindest in meiner Untersuchungsgruppe, deutlich größer war als bei den Regelkindergartenkindern: Speziell die autistischen Kinder zeigten teilweise Leistungen, die weit über das Niveau des Screenings hinausgingen, aber gleichzeitig gab es drei Kinder mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'*, die mit dem Screening deutlich überfordert waren.

Um nach dieser ersten, eher groben Einschätzung genauer feststellen zu können, wo die Unterschiede in den beiden Untersuchungsgruppen lagen, sollen nun die einzelnen Aufgaben separat betrachtet werden. Dazu werden zunächst die Lösungswahrscheinlichkeiten (in Prozent) der beiden Untersuchungsgruppen meiner Stichprobe für jede einzelne Teilaufgabe grafisch veranschaulicht.

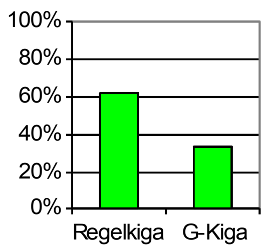
Aufgabe 1



Aufgabe 1a
(bis 20 zählen)



Aufgabe 1b
(weiterzählen)



Aufgabe 1c
(Vorg./Nachf.)

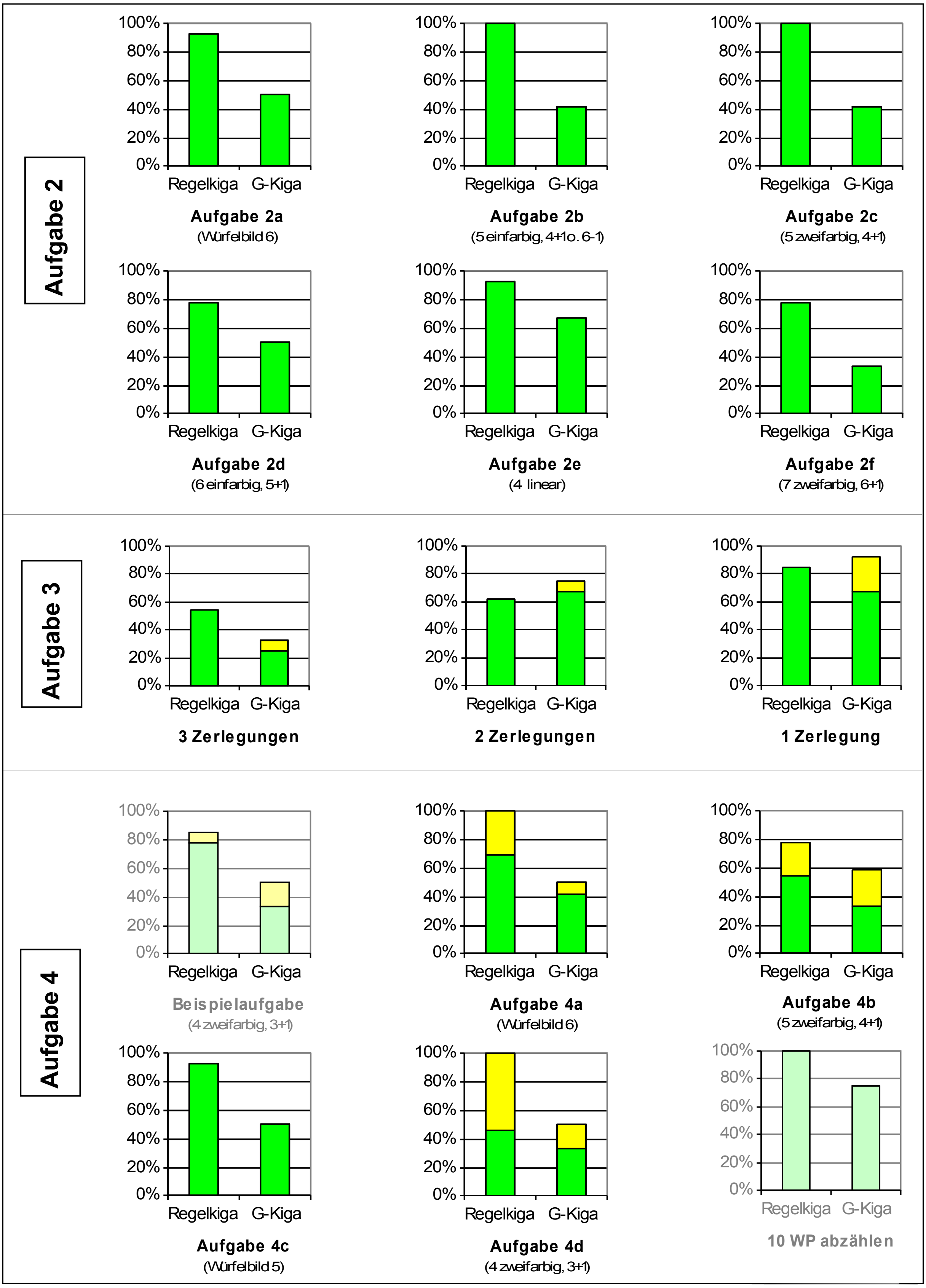


Abb. 13: Darstellung der Lösungswahrscheinlichkeiten (in Prozent) der beiden Untersuchungsgruppen (jeweils links: Vorschüler aus Regelkindergärten, rechts: Vorschüler mit Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'*) für jede einzelne Teilaufgabe. Die grünen Balken stehen jeweils für die Prozentsätze der Kinder, die die jeweilige Aufgabe ohne Probleme lösen konnten. Die gelben Balken hingegen geben die Anteile der Kinder wieder, die mit der entsprechenden Aufgabe leichte Schwierigkeiten hatten, aber zu einer richtigen Lösung kamen.

Mithilfe dieser Grafiken sollen im Folgenden nun die Leistungen der Vorschüler aus Regelkindergärten denen der Vorschüler aus Schulkindergärten mit Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* gegenübergestellt werden:

Aufgabe 1:

Die **Regelkindergartenkinder** konnten alle ohne Probleme bis 20 *'zählen'*, die meisten sogar weit darüber hinaus. Auch das Aufsagen der Zahlwortreihe von einer beliebigen Startzahl aus war für sie kein Problem. Schwierigkeiten gab es hingegen immer wieder beim Benennen des Vorgängers. Diese Kinder befinden sich somit alle zumindest im Zahlenraum bis 20 auf der zweiten Niveaustufe im Modell nach FUSON, über die Hälfte der Kinder hat bereits schon die dritte Niveaustufe erreicht.

Die **Kinder mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'*** haben großteils die Zahlwortreihe bis 20 noch nicht verinnerlicht. Dennoch befinden sich auch hier über die Hälfte der Kinder, zwar in einem kleinen Zahlenraum (z.B. bis 15), auf der zweiten Niveaustufe im Modell nach FUSON.

Drei Kindern war selbst die Zahlwortreihe bis drei noch unbekannt. Dafür zeigten speziell die autistischen Kinder Zählkompetenzen, die den meisten Regelkindergartenkindern überlegen waren. Dadurch war die Leistungsspanne bei dieser Aufgabe bei den Kindern mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* deutlich größer als bei den Regelkindergartenkindern.

Aufgabe 2:

Die **Regelkindergartenkinder** konnten auch diese Aufgabe großteils ohne Probleme lösen. Kleinere Schwierigkeiten gab es bei der Quasisimultanerfassung der Anzahl sechs und sieben. Bis auf eine Ausnahme waren allen Regelkindergartenkindern die zehn Ziffern bekannt.

Auch wenn diese Aufgabe den autistischen Kindern wieder keine allzu großen Probleme bereitete, hatten die **Kinder mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'*** insgesamt doch einige Schwierigkeiten damit. Sie schnitten deutlich schlechter ab als die Regelkindergartenkinder. Besonders auffällig war, dass einige Kinder die Blitzblicke weniger als solche wahrnahmen. Vielmehr hatte ich den Eindruck, dass sie sich das jeweilige Punktebild nach der Präsentation des entsprechenden Blitzblickes mental vorstellten und daran die einzelnen Punkte abzählten. Dies würde die Vermutung von KRAJEWSKI (2005a, 161) sowie das Ergebnis von EZAWA (1997,19) bestätigten, dass Kinder mit einer umfassenderen Lernbeeinträchtigung häufig Probleme mit der Simultanerfassung haben.

Besonders gut erfassen konnten die Kinder mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* die linear angeordnete Vier. Die Hälfte der Kinder erfasste zudem das Würfelbild sechs sowie die sechs, die sich aus dem Würfelbild fünf und einem einzelnen Punkt zusammensetzt, ohne Probleme. Größere Probleme gab es, ähnlich wie bei den Regelkindergartenkindern, bei der Quasisimultanerfassung, insbesondere dann, wenn die Teilmengen nicht direkt zu erkennen (z. B. alle Punkte in einer Farbe, keine Teilmenge als Würfelbild) waren. Die zehn Ziffern waren nur einzelnen Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* bekannt. Ich vermute, dass diese dort im Kindergartenalltag weniger thematisiert werden.

Für die drei Kinder, die mit Aufgabe eins schon überfordert waren, war auch die Aufgabe zwei eindeutig zu schwer. Daher brach ich sie bei den entsprechenden Kindern entweder frühzeitig ab oder wandelte sie so um, dass die Kinder Wendeplättchenmengen vergleichen sollten. Dies gelang zwei dieser drei Kinder recht gut und ich gehe daher davon aus, dass diese beiden Kinder das protoquantitative Vergleichsschema bereits verinnerlicht haben.

Aufgabe 3[17]:

Diese Aufgabe bereitete den **Regelkindergartenkindern** am meisten Schwierigkeiten. Etwa die Hälfte der Kinder brachten drei verschiedene Zerlegungen zustande. Gleichzeitig kamen einige Kinder aber auch nur auf eine Zerlegung oder konnten sogar gar keine Zerlegung finden. Manche Kinder hatten wohl etwas Verständigungsschwierigkeiten mit dem Wort *'verschiedene'*: sie zeichneten zwar drei Zerlegungen und strukturierten die Punktebilder unterschiedlich, zeichneten aber dreimal die gleiche Zerlegung. Daher ist es sicherlich sinnvoll, dass auf das Wort *'verschiedene'* verzichtet wird und dieses besser mit *'noch eine andere Lösung'* ersetzt wird.

Auch für die **Kinder mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'*** war diese Aufgabe nicht einfach. Häufig hatte ich den Eindruck, dass die Kinder das Prinzip der Zahlzerlegungen auf der handelnd-konkreten Ebene zwar nachvollziehen konnten, eine Übertragung auf die ikonische Ebene aber noch nicht möglich war. War es den Kindern jedoch möglich eine Zerlegung zu finden, dann fanden häufig, im Gegensatz zu den Regelkindergartenkindern, auch mindestens eine zweite.

Die Kinder, die bisher als deutlich schwächer aufgefallen waren, konnten auch diese Aufgabe nicht lösen bzw. waren auf konkretes Material angewiesen. Keine Probleme mit dieser Aufgabe hatten hingegen wieder die autistischen Kinder.

Aufgabe 4:

Das Abzählen der zehn Wendeplättchen gelang allen **Regelkindergartenkindern** ohne Probleme. Aufgrund meiner erweiterten Aufgabenstellung gehe ich davon aus, dass diese Kinder auch das Kardinalzahlprinzip verstanden haben.

[17] Anstatt Muggelsteinen verwendete ich Blankowürfel. Vermutlich da ich diese als *'Würfelchen'* bezeichnete, zeichneten einzelne Kinder (z.B. V.) Würfelbilder als Elemente der Sechs. Die Ergebnisse wurden dadurch nicht beeinflusst, aber dennoch sollte bei einer nochmaligen Durchführung besser auf das Wort '*Würfelchen*' verzichtet werden.

Das Nachlegen der Punktebilder gelang ihnen unterschiedlich gut. Die Würfelbilder und die linear angeordneten vier Punkte bereiteten kaum Probleme, Schwierigkeiten gab es hingegen mit der *‚freien'* Form. Insgesamt war das Hauptproblem, dass die Kinder häufig nur zwei der drei Aspekte (Anzahl, Farbe, Form) beachteten.

Bis auf eine Ausnahme konnten alle **Kinder mit Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'***, die in Aufgabe eins die Zahlwortreihe bis zehn beherrscht haben, auch die zehn Wendeplättchen korrekt abzählen. Ob dahinter jedoch immer ein kardinales Verständnis steckte, konnte ich nicht eindeutig herausfinden.

Das Nachlegen der Punktebilder war für die Kinder mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* die schwierigste Aufgabenstellung. Ich gehe davon aus, dass die teilweise massiven Probleme nicht allein auf Konzentrationsschwierigkeiten gegen Ende des Screenings oder auf Verständigungsprobleme mit der Aufgabenstellung zurückzuführen sind, sondern vielmehr das Ergebnis von EZAWA (1997, 18f.) bestätigt, dass viele geistig behinderte Schüler Schwierigkeiten haben, komplexe Situationen zu erfassen.

Wie auch den Regelkindergartenkindern gelangen ihnen die Würfelbilder sowie die linear angeordnete Vier besser als die *‚freie'* Form. In den meisten Fällen hatten sie, vergleichbar mit den Regelkindergartenkindern, keine Probleme bei der Übertragung der gelegten Figur in ihr Schülerheft.

6.4.3 Diskussion

Der Abschnitt 6.4 schließt mit einer Diskussion, in der die zu Beginn von Kapitel sechs gestellten Arbeitshypothesen wieder aufgenommen werden und eine Verbindung mit den Ergebnissen der Untersuchung hergestellt werden soll.

- **Mathematische Vorläuferfertigkeiten von Vorschülern aus Regelkindergärten im Großraum Reutlingen**

Bezogen auf die Inhalte des *‚Freiburger Screening'* konnte ich aus den Ergebnissen meiner Stichprobe feststellen, dass die vorhandenen mathematischen Vorläuferfertigkeiten der Vorschüler aus Regelkindergärten im Großraum Reutlingen eher etwas höher liegen als diejenigen, die bereits in anderen Studien (vgl. Kapitel drei) erfasst wurden. Insbesondere hatte ich in meiner Untersuchung kein einziges Regelkindergartenkind, das ich als *‚ganz schwach'* bezeichnen würde. Dies liegt zum einen sicher daran, dass die beiden beteiligten Regelkindergärten in keinem direkten Brennpunktvierteln liegen, aber zum anderen auch daran, dass Kinder, die vor Schuleintritt einen Regelkindergarten besuchen, vermutlich wirklich nur in den Ausnahmefällen zu den Schulanfängern gehören, die etwa ein halbes Jahr vor Schuleintritt nur über sehr elementare mathematische Vorläuferfertigkeiten (z.B. Zählen bis fünf) verfügen. Insgesamt waren die Kompetenzunterschiede dennoch recht groß und zumindest zwei Kinder würde ich als *‚auffällig'* bezeichnen. Allerdings leidet eines dieser Kinder an Epilepsie, sodass es möglicherweise aufgrund der Wirkung seiner Medikamente nicht seine tatsächlichen Kompetenzen zeigen kann.

Allgemein gehe ich jedoch bei den Regelkindergartenkindern, im Gegensatz zu den Kindern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'*, davon aus, dass durch eine gezielte Förderung im Vorschulalter eine recht einheitliche Ausgangsbasis für den Anfangsunterricht geschaffen werden kann.

➤ **Mathematische Vorläuferfertigkeiten von Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'***

Wie zu erwarten, konnte ich in meiner Stichprobe feststellen, dass die vorhandenen mathematischen Vorläuferfertigkeiten der Kinder mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* insgesamt niedriger sind bzw. sich auf einen eingeschränkteren Zahlenraum beziehen, als bei Vorschülern aus Regelkindergärten. Lässt man jedoch die Ergebnisse der drei Kinder unberücksichtigt, die mit dem Screening stark überfordert waren, ist der Unterschied nicht mehr so groß. Diese Tatsache weist Parallelen zur Feststellung von EZAWA (1997, 19) auf, nach welcher es einigen geistig behinderten Schülern sehr wohl möglich ist das Kardinalzahlkonzept zu erwerben und sie auch das abstrakte Rechnen erlernen können.

Insbesondere die autistischen Kinder zeigten teilweise höhere mathematische Vorläuferfertigkeiten als die gleichaltrigen Regelkindergartenkinder. Allerdings muss davon ausgegangen werden, dass der Anteil an *‚sehr schwachen'* Kindern im Geistigbehindertenbereich noch deutlich höher ist, da die am Screening beteiligten Kinder von ihren Erzieherinnen vorausgewählt worden waren und somit von vornherein nur die, im Bereich Mathematik, *‚leistungsstärkeren'* Kinder am Screening teilgenommen haben.

Insgesamt bin ich der Ansicht, dass die Streuung der mathematischen Vorläuferfertigkeiten der Vorschüler mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* noch deutlich größer ist als bei Vorschülern aus Regelkindergärten. Aufgrund dieser gewaltigen Kompetenzunterschiede kann ich mir kaum vorstellen, dass es bei Kindern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* möglich ist, sie bis zum Schuleintritt, auch mit einer entsprechenden Förderung, auf ein annähernd gleiches Niveau zu bringen. Bezüglich einer Förderung bei Kindern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* sind für mich momentan noch folgende Fragen offen:

- Inwieweit können diese Kinder durch eine entsprechende Förderung auf einen höheren Leistungsstand gebracht werden? Ist gegebenenfalls eine Rückstellung vom Schulbesuch sinnvoll?
- Sind Blitzblicke auch bei diesen Kindern trainierbar? (vs. Vermutung von KRAJEWSKI (2005a, 161): Probleme mit Simultanerfassung weisen auf eine umfassendere Beeinträchtigung, z. B. geistige Behinderung, hin).

- Welche Materialien sind für die Förderung dieser Kinder geeignet? Inwieweit können abstrakte Darstellungsmittel eingesetzt werden?

➢ **Einsetzbarkeit des *‚Freiburger Screening'***

Bei der Einsetzbarkeit des *‚Freiburger Screening'* muss zwischen den beiden Untersuchungsgruppen meiner Stichprobe unterschieden werden.

Bei den ***Regelkindergartenkindern*** ist das Screening sehr gut als Gruppenscreening einsetzbar, auch wenn einzelne Kinder dem Druck in der Gruppe nicht immer gewachsen sind. Bei größeren Gruppen (mehr als sechs Kinder) ist es empfehlenswert, das Screening zu zweit durchzuführen. Dies war bei mir leider nicht möglich. Da ich selber aber mit den Aufgaben sehr gut vertraut war und die Kinder in den Regelkindergärten eher unproblematisch waren, kam es zu keinen größeren Schwierigkeiten.

Um den Leistungsstand von eher *‚leistungsstarken'* Kindern zu erfassen, sollten das Screening um weiterführende Aufgaben ergänzt werden. Ob dies beim Einsatz des *‚Freiburger Screening'* jedoch das primäre Ziel ist oder ob doch eher die Früherkennung von *‚auffälligen'* Kindern im Vordergrund steht, sollte bei der Methodenwahl gut überlegt werden. Bei der bisherigen Erprobung des *‚Freiburger Screening'* konnte festgestellt werden, dass es sich bei Kindern sowohl zu Beginn der ersten Klasse, als auch vor Schuleintritt gut einsetzen lässt. Inwieweit dabei jedoch Kinder identifiziert werden können, die im Laufe der Grundschulzeit tatsächlich Probleme im mathematischen Bereich haben oder gar eine Rechenschwäche entwickeln, ist bisher nicht sichergestellt. Dafür wäre eine Langzeitstudie nötig, die die Entwicklung der jeweiligen Kinder ab dem letzten Kindergartenjahr bis zum Ende der Grundschulzeit dokumentiert.

Bei einer durchschnittlichen ***Vorschulgruppe mit dem Förderschwerpunkt ‚geistige Entwicklung'*** ist die Durchführung als Gruppenscreening aufgrund der großen Kompetenzunterschiede, aber auch wegen der teilweise sehr individuellen Bearbeitungsweisen[18] kaum möglich. Der große Vorteil des Gruppenscreenings fällt damit weg. Das *‚Freiburger Screening'* eignete sich im Geistigbehindertenbereich, erweitert durch Aufgaben, die auf einer Niveaustufe unter- bzw. oberhalb des Screenings liegen, jedoch zur individuellen Lernstandsdiagnose. Ob dafür allerdings unbedingt das *‚Freiburger Screening'* eingesetzt werden muss oder sich auch andere Verfahren, die möglicherweise an noch elementareren Kompetenzen ansetzen, eignen würden, ist fraglich.

[18] Manche Vorschüler (u.a. F2. oder J1.) zeichneten beispielsweise bei Aufgabe drei die einzelnen Elemente der Anzahl sechs zwar korrekt in die *‚Händepaare'* ein, allerdings wäre ihre Darstellungsweise für den Testleiter, ohne eine Eins-zu-eins-Betreuung während des Screenings, im Nachhinein nicht mehr unbedingt nachvollziehbar gewesen.

6.5 Fördervorschläge

Ausgehend von der qualitativen Auswertung der Ergebnisse der einzelnen Kinder möchte ich im Folgenden für zwei Kinder, A1. aus einem Regelkindergarten und J1. aus einem Schulkindergarten mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* einige Fördervorschläge darlegen. Da die Durchführung der Fördermaßnahmen nicht Gegenstand dieser Arbeit ist, sind die Fördervorschläge so gewählt, dass sie, mit dem entsprechenden Material (siehe Anhang), auch gut von der jeweiligen Erzieherin durchgeführt werden können. Diese fragten bei der Durchführung des Screenings immer auch nach Fördervorschlägen, sodass ich davon ausgehe, dass sie auch versuchen werden, die folgenden Fördervorschläge umzusetzen.

6.5.1 Fördervorschläge für A1.

Bei der Durchführung des Screenings zeigte sich, dass A1. (6;2, w) im Zahlenraum bis 20 sicher zählen kann, im Zahlenraum bis 100 jedoch teilweise noch die korrekte Zahlwortreihe lernen muss. Die zehn Ziffern sind A1. bekannt und das simultane Erfassen von Anzahlen ist für sie kein großes Problem. Schwierigkeiten hat A1. jedoch noch mit der Quasisimultanerfassung und auch die Zahlzerlegungen sowie das Nachlegen von Punktbildern fielen ihr recht schwer. Dennoch beteiligte sie sich motiviert am Screening.

Meine Fördervorschläge betreffen die ***Zahlzerlegungen im Zahlenraum bis sechs***. Ich gehe von einer Einzelfördersituation aus, die jeweils etwa 20 Minuten dauern soll. Da ich A1. eigentlich stärker einschätze, als es die Ergebnisse des Screenings darstellen, habe ich die Förderung zunächst einmal auf drei Fördereinheiten ausgelegt, die aber in ähnlichem Stil gut auch noch um weitere Fördereinheiten ergänzt werden können.

Förderschwerpunkt: Zahlzerlegungen im Zahlenraum bis sechs
Zu Beginn jeder Fördereinheit sollte eine ***'Aufwärmphase'*** stattfinden mit: - Würfelbildern: Würfelbilder zeigen - Anzahl bestimmen, zwei Würfelbilder zeigen - Anzahl bestimmen, vorgegebene Anzahlen mit Würfelbildern legen und - Wendeplättchen (erst ab zweiter Einheit): Anzahlen mit Wendeplättchen (rot/blau) auf verschiedene Arten legen und Darstellungen vergleichen.
1. Fördereinheit ***Material***: Jeweils vier identische Bildchen von Alltagsgegenständen der Kinder, Kopie des *'Zerlegungshaus der Vier'*, vier Wendeplättchen, Farbstifte (rot/blau), *'Schüttelbox'* mit fünf Holzperlen, *'Domino zur Anzahl fünf'*
Verschiedene *'Vierheiten'* (vier Äpfel, vier Bonbons, vier T-shirts...), deren Elemente jeweils einzeln auf einem Kärtchen abgebildet sind, soll das Kind auf verschiedene Arten auf die Förderperson und sich selber aufteilen. Nach jeder Aufteilung soll die Zerlegung in das *'Zerlegungshaus der Vier'* übertragen werden, dazu sollen die (verkleinerten) Bildchen in die Tabelle geklebt werden.

Das Kind bekommt vier Wendeplättchen und soll damit eine mögliche Zerlegung der Vier legen. Gelingt ihm dies, kann es diese mit Farbstiften in sein *‚Zerlegungshaus der Vier'* übertragen. Es sollen möglichst viele verschiedene Zerlegungen gefunden werden.
Die Förderperson zeigt dem Kind eine *‚Schüttelbox'* und befüllt sie mit fünf Holzperlen. Die Förderperson schüttelt und zeigt dem Kind den einen Teil der Gesamtmenge fünf. Das Kind soll die fehlende Anzahl an Holzperlen nennen und kann eine Selbstkontrolle durchführen. Die Rollen können auch einmal getauscht werden.
‚Domino zur Anzahl fünf': Es muss jeweils die Karte angelegt werden, die die Zerlegung der fünf der angrenzenden Karte ergänzt (z.B. 3-2 oder 1-4).
2. Fördereinheit ***Material***: Mindestens 30 Wendeplättchen, ein DIN-A3-Blatt, symbolische Würfelbilder, verschiedene Punktebilder, *‚Schüttelbox'* mit sechs Holzperlen, Kopie des *‚Zerlegungshaus der Sechs'*
Die Förderperson legt dem Kind eine Zerlegung der Fünf mit Wendeplättchen vor. Anschließend bekommt das Kind nacheinander mehrere Päckchen mit jeweils fünf Wendeplättchen und soll damit verschiedene Zerlegungen der Zahl Fünf legen. Auch die Förderperson kann weitere Zerlegungen legen. Die gefunden Zerlegungen bleiben auf dem Tisch liegen und werden zum Abschluss gemeinsam begutachtet: Gibt es ähnliche oder sogar gleiche Zerlegungen? Wie viele verschiedene Zerlegungen hast du gefunden? Gibt es noch mehr? usw.
Das Kind wird gebeten, seine gefundenen Zerlegungen der Zahl fünf mit Hilfe von symbolischen Würfelbildern u.ä. auf ein großes DIN-A3-Blatt zu übertragen - es soll insgesamt ein *‚Familienbild der Anzahl Fünf'* entstehen.
Die Förderperson befüllt die *‚Schüttelbox'* vor den Augen des Kindes mit sechs Holzperlen, schüttelt anschließend und zeigt dann dem Kind den einen Teil der Gesamtmenge sechs. Das Kind soll die fehlende Anzahl an Holzperlen nennen, kann eine Selbstkontrolle durchführen und die geschüttelten Zerlegungen in sein *‚Zerlegungshaus der Sechs'* übertragen. Die Rollen können auch einmal getauscht werden.
3. Fördereinheit ***Material:*** Jeweils sechs identische Bildchen von Alltagsgegenständen der Kinder, sechs Wendeplättchen, einen DIN-A4-Karton zum Abdecken, Kopie der *‚Zerlegungstabelle'*, drei Kopien für ein *‚Punktehaus'*
Verschiedene *‚Sechsheiten'* (sechs Äpfel, sechs Bonbons, sechs T-shirts….), deren Elemente jeweils einzeln auf kleinen Kärtchen abgebildet sind, soll das Kind auf verschiedene Arten auf die Förderperson und sich selber aufteilen. Die Zerlegungen sollen jeweils anschließend laut benannt werden.
Sechs gleichfarbige Plättchen liegen auf dem Tisch. Ein Teil der Plättchen wird von der Förderperson mit einem Stück Karton abgedeckt. Da das Kind weiß, dass insgesamt sechs Plättchen auf dem Tisch liegen, soll es die Anzahl der verdeckten Plättchen nennen.
Die Förderperson und das Kind einigen sich auf eine Anzahl zwischen vier und sechs. Danach suchen sie mithilfe von Wendeplättchen nach möglichen Zerlegungen dieser Anzahl. Dazu

sagt beispielsweise (bei der Anzahl fünf) die Förderperson „Ich habe drei - wie viele hast du?“. Hierbei sollen die Rollen immer wieder getauscht werden und ggf. können nacheinander auch verschiedene Anzahlen durchgegangen werden. Die gefundenen Zerlegungen werden jeweils in eine *‚Zerlegungstabelle’* eingetragen. Fragen wie „Wie viele Zerlegungen sind möglich?“ können sich daran anschließen.
Zum Abschluss fertigt das Kind mit symbolischen Punktebildern jeweils ein *‚Punktehaus’* zu den Anzahlen vier, fünf und sechs an. Diese *‚Punktehäuser’* können anschließend betrachtet und (z.B. nach der Höhe) verglichen werden.

6.5.2 Fördervorschläge für J1.

J1. (5;5, m) zeigte sich bei der Durchführung des Screenings als begeisterter Zähler. Das Aufsagen der Zahlwortreihe und auch das Weiterzählen von einer beliebigen Zahl aus gelangen ihm bis elf schon recht gut. Im weiteren Verlauf zählte er zwar immer in der gleichen Reihenfolge, aber nicht korrekt bis zwanzig weiter. Die Anzahlen der Blitzblicke konnte er großteils richtig erfassen, allerdings hatte ich den Eindruck, dass er diese weniger simultan wahrnahm, sondern vielmehr in seinem *‚mentalen Bild’* abzählte. Mit den Zahlzerlegungen hatte er keine allzu großen Probleme, das Nachlegen der Punktebilder hingegen schien ihn zu überfordern und er verweigerte die Aufgabe. Bezüglich des Kardinalzahlverständnisses gehe ich davon aus, dass J1. dies noch nicht wirklich verinnerlicht hat, sondern noch nach dem Prinzip der *‚last-word response’* (vgl. 2.1.2.2) vorgeht.

Bei der Förderung möchte ich an seinen bisherigen Kompetenzen anknüpfen. Aufgrund seiner Motivation für das Zählen werde ich daher zunächst einige Fördervorschläge zur Festigung der Zahlwortreihe bis 20 und insgesamt dem Zählen in diesem Zahlbereich erarbeiten. Anschließend werde ich noch einige Vorschläge zur Förderung der Simultanerfassung im Zahlenraum bis sechs ausarbeiten.

Ich bin der Meinung, dass es für den Förderbereich ***‚Festigung der Zahlwortreihe bis 20 – Zählen’*** nicht allzu viel Sinn macht, eine Einzelförderung anzusetzen, sondern vielmehr Situationen im Alltag (zuhause und im Kindergarten) zu schaffen sind, die J1. zum Zählen und damit auch zum Aufsagen der Zahlwortreihe auffordern. Meiner Ansicht nach ist es zur Festigung der Zahlwortreihe bzw. zum Ausbau der Zählkompetenzen besonders wichtig, dass die Zahlwortreihe (eine reine Sprach- und Gedächtnisleistung) möglichst oft korrekt aufgesagt wird bzw. möglichst oft *‚gezählt’* wird, damit davon die allgemeinen Zählprinzipien abgeleitet werden können. Dazu möchte ich folgende Vorschläge machen:

Förderschwerpunkt: Festigung der Zahlwortreihe bis 20 - Zählen
- Zählen im (Kindergarten-) Alltag: z.B. Kinder im Stuhlkreis zählen, Treppenstufen zählen, Schritte zählen, Stofftiere abzählen, verwendete Bausteine zählen, Bücher im Regal zählen, Zählen am eigenen Körper, Zählen beim Auffädeln von Perlen - Zählen in Spielsituationen: z.B. beim Versteckspielen bis zu Beginn des Suchens zählen, bei Brettspielen (z.B. *‚Mensch ärgere dich nicht'*) die gewürfelte Anzahl an Schritten laufen - Einsatz von Liedern, Fingerspielen und Reimen, in denen die Zahlwortreihe vorkommt - rhythmisches Zählen - Wimmelbilderbücher anschauen und verschiedene Anzahlen abzählen - Gezieltes (Auswendig-) Lernen der Zahlwortreihe bis 20 - Rückwärtszählen bei geeigneten Anlässen: Raketenstart bei Kindergeburtstagen - Reihumzählen in einer Kleingruppe (vgl. Aufgabe 1 im Screening) - Zählen in Zweier-, Dreier- oder Fünferschritten (evtl. mit konkretem Material, z. B. Schuhpaaren) - Gezieltes *‚Abfragen'* der Nachbarzahlen

Für die Förderung der ***(Quasi-)Simultanerfassung im Zahlenraum bis sechs*** rate ich hingegen zu einer Einzelförderung, auf welche die folgenden Fördervorschläge ausgelegt sind. Genauso wie bei A1. gehe ich von drei Einzelfördersituationen aus, die jeweils etwa 20 Minuten dauern sollten und in ähnlichem Stil gut um weitere Fördereinheiten ergänzt werden können. Da J1. eher etwas vorsichtiger wirkt, ist es mir wichtig, dass zum Abschluss jeder Fördereinheit eine wiederkehrende, nicht überfordernde Übung stattfindet.

Förderschwerpunkt: (Quasi-)Simultanerfassung im Zahlenraum bis sechs
Zu Beginn jeder Fördereinheit soll eine ***‚Aufwärmphase'*** mit Würfelbildern stattfinden: - Würfelbild kurz (etwa 1sec, gilt für alle Fördervorschläge zur Simultanerfassung) zeigen, Anzahl bestimmen und darüber sprechen, wie das Kind die Anzahl bestimmt hat. - Würfelbild zeigen, Anzahl bestimmen und mit Wendeplättchen nachlegen. Ab der zweiten Einheit auch mit zweifarbigen Würfelbildern.
1. Fördereinheit ***Material***: Vier rote Spielsteine, Abdecktuch, strukturierte Autobilder, Halli-Galli (Amigo)
Die Förderperson erarbeitet mit dem Kind die Fingerbilder von eins bis vier. Dabei sollen mehrere Darstellungen gefunden und diese diskutiert werden.
Verschiedene Anzahlen (1-4) von roten Spielsteinen werden mit einem Tuch abgedeckt. Die Förderperson hebt abwechselnd mit dem Kind die Abdeckung hoch und (auf Kommando) zeigen beide mit den Fingern die jeweilige Anzahl an. Anschließend werden die beiden Fingerbilder untereinander und mit der tatsächlichen Anzahl verglichen.
Die Förderperson zeigt dem Kind strukturierte Bilder mit Gegenständen aus dem Alltag des

Kindes (z.B. Autos). Abwechselnd bestimmt das Kind bzw. die Förderperson die jeweilige Anzahl und erklärt, wie die Anzahl so schnell ermittelt werden konnte. Danach wird die ermittelte Anzahl mit dem Original verglichen (gilt für alle Aufgaben dieses Typus!).
Abwechselnd gegenseitig Halli-Galli-Karten (Anzahlen eins bis vier) zeigen. Das Gegenüber bestimmt jeweils die entsprechende Anzahl.
2. Fördereinheit ***Material***: Ein- und zweifarbige Punktebilder (eins bis sechs), Halli-Galli (Amigo)
Wiederholung der Fingerbilder *‚eins‘* bis *‚vier‘* und gemeinsame Erarbeitung der Fingerbilder *‚fünf‘* und *‚sechs‘*. Dabei sollen verschiedene Darstellungen diskutiert werden.
Die Förderperson zeigt einfarbige Punktebilder (eins bis sechs). Kind und Förderperson stellen (auf Kommando) die wahrgenommene Anzahl mit ihren Fingern dar und vergleichen anschließend ihre Fingerbilder.
Die Förderperson zeigt dem Kind zweifarbige Punktebilder (eins bis sechs). Abwechselnd bestimmen die beiden die jeweilige Anzahl und sprechen darüber, wie sich die Punktebilder zusammensetzen.
Gegenseitig Halli-Galli-Karten (alle Karten) zeigen und jeweilige Anzahl bestimmen.
3. Fördereinheit ***Material:*** Wendeplättchen, Abdecktuch, zweifarbige Punktebilder, Klebepunkte (rot/blau), weißes DIN-A4 Papier, Halli-Galli (Amigo)
Verschiedene Anzahlen (eins bis sechs) von Wendeplättchen (strukturierte und unstrukturierte Anordnung) mit einem Tuch abdecken. Förderperson und Kind heben abwechselnd das Tuch hoch und zeigen jeweils mit der einen Hand die Anzahl der roten und (wenn möglich) mit der anderen Hand die Anzahl der blauen Plättchen an.
Die Förderperson zeigt zweifarbige Punktebilder. Das Kind soll jeweils die Anzahl der blauen und roten Punkte sowie die Gesamtanzahl bestimmen. Die Rollen können auch getauscht werden.
Das Kind soll mit Klebepunkten (rot/blau) verschiedene *‚leicht erkennbare’* Darstellungen der Anzahl fünf auf ein weißes Papier kleben.
Gegenseitig Halli-Galli-Karten (alle Karten) zeigen und jeweilige Anzahl bestimmen.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit sollte der Frage nachgegangen werden, über welche mathematischen Kenntnisse und speziell über welche mathematischen Vorläuferfertigkeiten Kinder am Ende ihrer Kindergartenzeit verfügen. Insbesondere sollte der Fokus darauf gerichtet werden, welche mathematischen Vorläuferfertigkeiten Vorschüler mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* aufweisen.

Dazu wurde zunächst in einem theoretischen Teil der aktuelle Forschungsstand bezüglich der mathematischen Vorläuferfertigkeiten dargelegt und auf die Bedeutung dieser Vorläuferfertigkeiten näher eingegangen. Zudem wurde auf die Relevanz einer möglichst frühzeitigen mathematischen Förderung hingewiesen. Einige Diagnoseverfahren und mögliche Frühförderprogramme wurden vorgestellt.

Im anschließenden Praxisteil sind die Ergebnisse einer Untersuchung der mathematischen Vorläuferfertigkeiten bei Vorschulkindern aus Regelkindergärten sowie Schulkindergärten mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* im Großraum Reutlingen dargestellt worden, miteinander verglichen und in Beziehung zu bereits vorhandenen Ergebnissen aus der mathematikdidaktischen und psychologischen Literatur gebracht worden. Dabei konnten die vor der Untersuchung aufgestellten Hypothesen (vgl. Kapitel 6.1) großteils bestätigt werden:

- Vorschüler aus Regelkindergärten im Raum Reutlingen verfügen, bezogen auf die Zählfertigkeiten und das *‚Teile-Ganze-Konzept'*, in der Regel über dieselben mathematischen Vorläuferfertigkeiten, wie dies bereits in anderen Studien aus dem deutschsprachigen Raum nachgewiesen werden konnte.
- Vorschüler mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* weisen nicht zu unterschätzende mathematische Vorläuferfertigkeiten auf, die insgesamt aber etwas niedriger als bei Vorschülern aus Regelkindergärten anzusiedeln sind. Die Streuung der Leistungen ist noch breiter als bei Vorschülern aus Regelkindergärten.
- Das *‚Freiburger Screening'* eignet sich für die Beurteilung der mathematischen Vorläuferfertigkeiten ein halbes Jahr vor Schuleintritt. Bei Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *‚geistige Entwicklung'* muss die Durchführung jedoch etwas modifiziert werden.

Durch die intensive Auseinandersetzung mit der Thematik - sowohl theoretisch als auch praktisch - konnte ich mein Wissen über die mathematischen Vorläuferfertigkeiten deutlich ausbauen. Ich hoffe, dass ich damit die Ausgangssituation des mathematischen Anfangsunterrichts besser einschätzen und dadurch meinen zukünftigen Schülern besser gerecht werden kann.

Was die Ergebnisse meiner Untersuchung anbelangt, so konnte ich feststellen, dass ein Großteil der Vorschüler aus Regelkindergärten bereits umfangreiche mathematische Vorläuferfertigkeiten aufweist. Insbesondere bezüglich der Ziffernkenntnisse und des Zählens bis

100 waren diese Fertigkeiten in meiner Untersuchungsgruppe höher, als ich sie aufgrund der bisher vorhandenen Ergebnisse eingeschätzt hatte. Dennoch gibt es deutliche individuelle Unterschiede, denen allen man als Lehrer im Anfangsunterricht gerecht werden sollte.

Gleichzeitig wurde mir bewusst, dass bei den Vorschülern mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'*, worüber bisher in der Literatur wenige Ergebnisse vorliegen, die Bandbreite der verfügbaren mathematischen Vorläuferfertigkeiten noch weitaus größer ist als bei Vorschülern aus Regelkindergärten. Diese Unterschiede sind teilweise so groß, dass ich bezweifle, dass hierbei das Niveau bis zum Schuleintritt, selbst durch eine gezielte mathematische Frühförderung, auch nur ansatzweise angeglichen werden kann. Verstärkt wird dieser Effekt noch dadurch, dass davon ausgegangen werden muss, dass meine Ergebnisse, aufgrund der getroffenen Vorauswahl (Bezug zu Mathematik und Zahlen erkennbar, sprechend) durch die jeweiligen Erzieherinnen, nicht für alle Vorschüler mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* repräsentativ sind. Vielmehr ist bei einem Großteil der Vorschüler mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* mit deutlich geringeren mathematischen Vorläuferfertigkeiten zu rechnen. Daher sind meiner Einschätzung nach im Anfangsunterricht für Schulanfänger mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* vermutlich noch deutlich weiterführende Individualisierungsmaßnahmen notwendig als bei Regelgrundschulkindern.

Trotz dieser Erkenntnisse sind für mich auch einige Fragen offen geblieben bzw. sehe ich in folgenden Punkten noch Forschungsbedarf:

- Welche mathematischen Vorläuferfertigkeiten weisen Schulanfänger auf, die keinen Kindergarten besucht haben? Entwickelt von diesen Kindern ein größerer Anteil eine *'Rechenschwäche'*? Ist eine mathematische Frühförderung tatsächlich Erfolg versprechend?
- In den beteiligten Schulkindergärten werden kaum mathematische Inhalte behandelt. Inwieweit könnten Vorschüler mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'*, deren Zählfertigkeiten an sich mit denen von Vorschülern aus Regelkindergärten vergleichbar sind, aber noch auf einen kleineren Zahlenraum beschränkt sind, durch mehr Anregungen in einem integrativen Kindergarten besser gefördert werden?
- Kann Schulanfängern mit dem Förderschwerpunkt *'geistige Entwicklung'* und gleichzeitig einer besonderen Begabung für Mathematik der Anfangsunterricht an einer SfG wirklich gerecht werden? Sind die überdurchschnittlichen mathematischen Fähigkeiten auf die Vorläuferfertigkeiten beschränkt?

Danksagung:
Mein besonderer Dank gilt allen Vorschülern, die an der Durchführung des *'Freiburger Screenings'* teilgenommen haben sowie deren Erzieherinnen und Eltern, die der Teilnahme zugestimmt haben. Ohne ihre Unterstützung hätte ich nicht die nötigen Daten erheben können und es wäre mir nicht möglich gewesen, der Fragestellung dieser Arbeit nachzugehen.

8. Verzeichnisse

8.1 Literatur

Born, Armin; Oehler, Claudia (2008): Kinder mit Rechenschwäche erfolgreich fördern. Ein Praxishandbuch für Eltern, Lehrer und Therapeuten. 2., überarb. und erw. Aufl. Stuttgart: Kohlhammer.

Brachet, I. (2006): Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ). Online verfügbar unter: http//download.bildung.hessen.de/unterricht/lernarchiv/dia_foe/dia_math/dia_mat/otz.pdf, zuletzt geprüft am 30.03.2011.

Caluori, Franco (2004): Die numerische Kompetenz von Vorschulkindern. Theoretische Modelle und empirische Befunde. Univ., Diss.--Hannover, 2004. Hamburg: Kovac (Schriftenreihe Erziehung - Unterricht - Bildung, 112).

Dehaene, Stanislas (1999): Der Zahlensinn oder warum wir rechnen können. Basel: Birkhäuser.

Dimdi (2011): Internationale statistische Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme. 10. Revision. German Modification. Version 2011. Kapitel V: Psychische und Verhaltensstörungen. Online verfügbar unter: http://www.dimdi.de/static/de/klassi/diagnosen/icd10/htmlgm2011/block-f80-f89.htm, zuletzt geprüft am 04.06.2011.

Engemann, Christa (2006): Orientierungsplan für Bildung und Erziehung für die baden-württembergischen Kingergärten. Pilotphase. 1. Aufl., [Nachdr.]. Weinheim: Beltz.

Ezawa, Barbara (1996): Zählen und Rechnen bei geistig behinderten Schülern. Leistungen, Konzepte und Strategien junger Erwachsener mit Hirnfunktionsstörungen. Pädag. Hochsch., Diss. Ludwigsburg, 1995. Frankfurt am Main: Lang (Europäische Hochschulschriftenreihe 6, Psychologie, 550).

Ezawa, Barbara (1997): Das Kardinalzahlkonzept. Untersuchungen bei einer Schülerin mit geistiger Behinderung. Online verfügbar unter: http://www.emis.de/journals/ZDM/zdm971a2.pdf, zuletzt geprüft am 15.05.2011.

Friedrich, Gerhard; Munz, Horst (2003): Zum Projekt „Komm mit ins Zahlenland". In: Textor, Martin. R. (Hg.). Kindergartenpädagogik - Online-Handbuch. Online verfügbar unter http://www.kindergartenpaedagogik.de/1063.html, zuletzt geprüft am 19.01.2011.

Fritz, Annemarie; Ricken, Gabi (2008): Rechenschwäche. München: Reinhardt (UTB UTB-Profile, 3017).

Gaidoschik, Michael (2007): Vom Zählen zum Rechnen. 1. Aufl. Wien: öbvhpt (Rechenschwäche vorbeugen, : das Handbuch für LehrerInnen und Eltern / Michael Gaidoschik ; 1. Schuljahr).

Gerster, Hans-Dieter; Schultz, Rita (2010a): Lehrerheft zum Freiburger Screening. Freiburg.

Gerster, Hand-Dieter, Schultz, Rita (2010b): Materialien zum Freiburger Screening. Freiburg

Gerster, Hans-Dieter; Schultz, Rita (2004): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt: Rechenschwäche - Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Pädagogische Hochschule Freiburg. Online verfügbar unter http://opus.bsz-bw.de/phfr/volltexte/2007/16/pdf/gerster.pdf, zuletzt geprüft am 22.01.2011.

Ginsburg, Herbert P.; Opper, Sylvia (2004): Piagets Theorie der geistigen Entwicklung. 9. Aufl. Stuttgart: Klett-Cotta.

Grassmann, Marianne (2002): Überall sind Zahlen - arithmetische Vorerfahrungen von Schulanfängern. In: Grundschulunterricht, Jg. 49, H. 6, S. 3-7.

GRÜSSING, MEIKE (2006): Handlungsleitende Diagnostik und mathematische Frühförderung im Übergang vom Kindergarten zur Grundschule. In: GRÜSSING, MEIKE; PETER-KOOP, ANDREA (Hg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule. [Beobachten - Fördern - Dokumentieren]. 2. Aufl. Offenburg: Mildenberger, S. 122-132.

HANDERER, JOSUA (o.J): Entwicklungspsychologie. Online verfügbar unter http://www.psychologie.uni-wuerzburg.de/fips/skripten/neu/grund/entwicklung/Entwicklungspsychologie_josua.pdf, zuletzt geprüft am 04.06.2011

HASEMANN, KLAUS (2006): Mathematische Einsichten von Kindern im Vorschulalter. In: GRÜSSING, MEIKE; PETER-KOOP, ANDREA (Hg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule. [Beobachten - Fördern - Dokumentieren]. 2. Aufl. Offenburg: Mildenberger, S. 67-79.

HELLMICH, FRANK (2010): Eine Einführung in den Anfangsunterricht. Stuttgart: Kohlhammer (Kohlhammer-Urban-Taschenbücher, 628 : Grundschulpädagogik).

HOENISCH, NANCY; NIGGEMEYER, ELISABETH (2007): Mathe-Kings. Junge Kinder fassen Mathematik an. 2. Aufl. Weimar: das netz.

HÖNTGES, JENS; GÜNTHER, FREDERIKE; HELLMICH, FRANK (2009): Diagnose mathmatischer Basiskompetenzen im Kindergarten. Online verfügbar unter http://www.mathematik.uni-dortmund.-de/ieem/BzMU/BzMU2009/Beitraege/alle %20ModSek/Schuler_ModSek/HOENTGES_GUENTHER_HELLMICH_2009_Kindergarten.pdf, zuletzt geprüft am 22.01.2011.

KAUFMANN, SABINE (2003): Früherkennung von Rechenstörungen in der Eingangsklasse der Grundschule und darauf abgestimmte remediale Maßnahmen. Pädag. Hochsch., Diss. Ludwigsburg, 2002. Frankfurt am Main: Lang (Europäische Hochschulschriftenreihe 11, Pädagogik, 880).

KAUFMANN, SABINE (2006): Früherkennung von Rechenstörungen und entsprechende Fördermaßnahmen. In: GRÜSSING, MEIKE; PETER-KOOP, ANDREA (Hg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule. [Beobachten - Fördern - Dokumentieren]. 2. Aufl. Offenburg: Mildenberger, S. 160-168.

KLEWITZ, GUDRUN; KÖHNKE, ANGELIKA; SCHIPPER, WILHELM (2008): Rechenstörungen als schulische Herausforderung. Handreichung zur Förderung von Kindern mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnen. Ludwigsfelde-Struveshof: LISUM (Bildungsregion Berlin-Brandenburg).

KRAJEWSKI, KRISTIN (2003): Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule. Univ., Diss.--Würzburg, 2002. 1. Auflage. Hamburg: Kovac (Schriftenreihe Studien zur Kindheits- und Jugendforschung, 29).

KRAJEWSKI, KRISTIN (2005a): Früherkennung und Frühförderung von Risikokindern. In: ASTER, MICHAEL VON; LORENZ, JENS HOLGER (Hg.): Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik ; mit 9 Tabellen. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, S. 150-164.

KRAJEWSKI, KRISTIN (2005b): Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche. In: HASSELHORN, MARCUS; MARX, HARALD; SCHNEIDER, WOLFGANG (Hg.): Diagnostik von Mathematikleistungen. Göttingen: Hogrefe (Tests und Trends, N.F., 4), S. 49-70.

KRAJEWSKI, KRISTIN (2008a): Vorschulische Förderung mathematischer Kompetenzen. In: Petermann, Franz; Schneider, Wolfgang; Birbaumer, Niels (Hg.): Angewandte Entwicklungspsychologie. Göttingen: Hogrefe Verl. für Psychologie (Enzyklopädie der PsychologieTheorie und ForschungEntwicklungspsychologie, / in Verbindung mit der Deutschen Gesellschaft für Psychologie hrsg. von Niels Birbaumer … ; Themenbereich C; Ser. 5; Bd. 7), S. 275-304.

KRAJEWSKI, KRISTIN (2008b): Vorschulische Förderung bei beeinträchtigter Entwicklung mathematischer Kompetenzen. In: BORCHERT, JOHANN (Hg.): Frühe Förderung entwicklungsauffälliger Kinder und Jugendlicher. 1. Aufl. Stuttgart: Kohlhammer (Heil- und Sonderpädagogik), S. 122-135.

Krajewski, Kristin; Grüssing, Meike; Peter-Koop, Andrea (2009): Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen bis zum Beginn der Grundschulzeit. In: Heinze, Aiso; Grüssing, Meike (Hg.): Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht. Münster: Waxmann, S. 17-34.

Krajewski, Kristin; Nieding, Gerhild; Schneider, Wolfgang (2008a): Kurz- und langfristige Effekte mathematischer Frühförderung im Kindergarten durch das Programm "Mengen, zählen, Zahlen". In: Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, Jg. 40, H. 3, S. 135-146.

Krajewski, Kristin; Nieding, Gerhild; Schneider, Wolfgang (2008b): Zur Bedeutung von Arbeitsgedächtnis, Intelligenz, phonologischer Bewusstheit und früher Mengen-Zahlen-Kompetenz beim Übergang vom Kindergarten in die Grundschule. In: Psychologie in Erziehung und Unterricht, S. 100-113.

Krajewski, Kristin; Schneider, Wolfgang (2006): Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. In: Psychologie in Erziehung und Unterricht, H. 53, S. 246-262.

Landerl, Karin; Kaufmann, Liane (2008): Dyskalkulie. Modelle, Diagnostik, Intervention ; mit 9 Tabellen und 33 Übungsfragen. München: Reinhardt (UTB Psychologie, Pädagogik, 3066).

Lorenz, Jens Holger (2006): Förderdiagnostische Aufgaben für Kindergarten und Anfangsunterricht. In: Grüssing, Meike; Peter-Koop, Andrea (Hg.): Die Entwicklung mathematischen Denkens in Kindergarten und Grundschule. [Beobachten - Fördern - Dokumentieren]. 2. Aufl. Offenburg: Mildenberger, S. 55-66.

Moser Opitz, Elisabeth (2008): Zählen, Zahlbegriff, Rechnen. Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen. 3. Aufl. Bern: Haupt (Beiträge zur Heil- und Sonderpädagogik, 27).

Peter-Koop, Andrea; Wollring, Bernd; Spindeler, Brigitte; Grüssing, Meike (2007): Elementar-Mathematisches BasisInterview. 1. Aufl. Offenburg: Mildenberger.

Peucker, Sabine; Weisshaupt, Steffi (2005): FEZ - ein Programm zur Förderung mathematischen Vorwissens im Vorschulalter. In: Zeitschrift für Heilpädagogik, H. 8, S. 300-305.

Piaget, Jean; Szeminska, Alina (1975): Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde. 1. Aufl. Stuttgart: Klett (Gesammelte Werke, : Studienausgabe / Jean Piaget ; Bd. 3).

Resnick, Lauren (1989): Developing Mathematical Knowledge. In: American Psychologist, H. 44, S. 162-169.

Ricken, Gabi; Fritz, Annemarie (2007): Ein entwicklungspsychologisches Modell für die Diagnostik und Förderung mathematischer Kompetenzen im Vorschul- und frühen Grundschulalter. Online verfügbar unter http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2007/Ricken_%20Fritz.pdf, zuletzt geprüft am 22.01.2011.

Royar, Thomas (WS 2006/2007): Unveröffentlichtes Skript zur Vorlesung ‚Einführung in die Mathematikdidaktik'. PH Freiburg.

Schäfer, Jutta (2005): Rechenschwäche in der Eingangsstufe der Hauptschule. Lernstand, Einstellungen und Wahrnehmungsleistungen ; eine empirische Studie. Pädag. Hochsch., Diss. Freiburg (i.Br.), 2004. Hamburg: Kovac (Didaktik in Forschung und Praxis, 27).

Schäfer, Jutta (2010): Freiburger Screening - Didaktischer Kommentar zu den Aufgaben.

Schäfer, Jutta (SS 2011): Unterlagen zum Seminar ‚Diagnostik und frühe Förderung elementarer mathematischer Kompetenzen. PH Ludwigsburg.

Schmidt, Siegbert (2003): Arithmetische Kenntnisse am Schulanfang – Befunde aus mathematikdidaktischer Sicht. In: Fritz, Annemarie; Ricken, Gabi; Schmidt, Siegbert (Hg.) (2003): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie ; ein Handbuch. Weinheim: Beltz (Beltz-Handbuch), S. 26-47.

Streit, Christine (SS 2007): Unveröffentlichtes Skript zur Vorlesung ‚Mathematisches Denken von Schülerinnen und Schülern'. Freiburg.

Testzentrale (2000): Osnabrücker Test zur Zahlbegriffsentwicklung (OTZ). Online verfügbar unter http://www.testzentrale.de/programm/osnabrucker-test-zur-zahlbegriffsentwicklung.html, zuletzt geprüft am 31.03.2011.

Weisshaupt, Steffi; Peucker, Sabine (2009): Entwicklung mathematischen Vorwissens. In: Fritz, Annemarie; Ricken, Gabi; Schmidt, Siegbert (Hg.): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie ; ein Handbuch. Weinheim: Beltz (Beltz-Handbuch), S. 52-76.

Weisshaupt, Steffi; Peucker, Sabine; Wirtz, Markus (2006): Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. In: Psychologie in Erziehung und Unterricht, H. 53, S. 236-245.

Werner, Birgit (2009): Dyskalkulie - Rechenschwierigkeiten. Diagnose und Förderung rechenschwacher Kinder an Grund- und Sonderschulen. Stuttgart: Kohlhammer (Schulpädagogik).

8.2 Tabellen und Abbildungen

Im Anhang:

Domino zur Anzahl 5	**Würfelbilder:** http://www.google.de/imgres?imgurl=http://home.arcor.de/burkhard-john/kombiampel/wuerfel6.gif&imgrefurl=http://home.arcor.de/burkhard-john/kombiampel/kwuerfel.htm&usg=__dCEIE9Xk8PIDCCEp8yh_qMgiXwE=&h=50&w=50&sz=2&hl=de&start=4&zoom=1&itbs=1&tbnid=MWMVvWpoSSMGlM:&tbnh=50&tbnw=50&prev=/search%3Fq%3DW%25C3%25BCrfelbilder%26hl%3Dde%26sa%3DX%26rlz%3D1R2GGLL_de%26biw%3D1003%26bih%3D515%26tbm%3Disch%26prmd%3Divns&ei=2D3KTfvHGY3LtAaAgJHSAw, zuletzt geprüft am 21.04.2011.	S.155
Bilder für Verteilsituationen	**Teddy**: http://picture.yatego.com/images/47c410a6c4e368.4/90932_Teddy_m_Brummst._420x460.jpg, zuletzt geprüft am 22.04.2011. **Keks:** http://www.125er-forum.de/attachments/11-aprilia/6601d1187793742-koso-rx1n-hat-s-jemand-keks.jpg, zuletzt geprüft am 22.04.2011. **Kirschen:** http://www.diegrueneninhagenatw.de/media/Kirsche3.jpg, zuletzt geprüft am 22.04.2011. **Stift:** http://www.allgemeinbildung.ch/piktos/Farbstift_der.jpg, zuletzt gepfüft am 22.04.2011. **Geldstück:** www.saubermann-saar.de/ bilder1/bild26.jpg, zuletzt geprüft am 22.04.2011. **Schuhe:** http://www.schonebilder.de/kategorie/kinderschuhe/, zuletzt geprüft am 22.04.2011. **Apfel:** http://www.pascoe-global.com/sites/bt/content/e434/e642/e559/e609/apfel_ger.jpg, zuletzt geprüft am 22.04.2011. **Socken:** http://www.sevenply.de/images/product_images/original_images/Fallen_Trademark_Striped_Socken_black_yellow_5048_0.jpg, zuletzt geprüft am 22.04.2011. **Tasse:** https://www.takatomo.de/webshop/images/product_images/thumbnail_images/RICE-Babytasse-BABCU-G10.jpg, zuletzt geprüft am 22.04.2011. **Gummibärchen:** wiki.jappy.de/w/images/ 9/93/G_gummibaerchen.gif, zuletzt geprüft am 22.04.2011. **Tennisball:** http://www.schule-kaltbrunn.ch/oberstufe/schulleben/0809/sport/tennisball.jpg, zuletzt geprüft am 22.04.2011. **Mütze:** http://www.czechsportswear.com/files/K-B07-103-kindermutze-orange.jpg, zuletzt geprüft am 22.04.2011. **Radiergummi:** http://www.allmystery.de/dateien/uh60967,1269463660,20060612-radiergummi.jpg, zuletzt geprüft am 22.04.2011.	S.162-164
Würfel- und Punktebilder	**Würfelbilder:** Siehe Würfelbilder für Domino zur Anzahl 5	S.165/166
Strukturierte Autobilder	**Autobilder:** http://kaefer63.de/vw-kaefer-tshirt.html, zuletzt geprüft am 16.05.2011	S.167/168

9. Anhang

1. Materialien von der Durchführung des ‚Freiburger Screenings':

2. Materialien für die erarbeiteten Fördervorschläge:

Ulrike Oechsle
[redacted]
72762 Reutlingen
[redacted]

Reutlingen, 21. Januar 2011

Betreff: **Durchführung des *'Freiburger Screening'***

Liebe Eltern,

Ich studiere im 7. Fachsemester an der Pädagogischen Hochschule (PH) in Reutlingen Sonderschulpädagogik mit dem Erweiterungsfach *'Frühförderung'*.
Im Rahmen meiner sog. *'Zulassungsarbeit'* möchte ich [redacted] mit welchen mathematischen Kompetenzen ich als spätere Lehrerin bei Schulanfängern rechnen kann.
Diese Kompetenzen möchte ich gerne mit einem kurzen Screening, in kindgerechter Form, erfassen. Es umfasst vier Aufgaben zur Zahlwortreihe, zur simultanen Mengenerfassung, zur Zahlzerlegung und zum Nachlegen strukturierter Punktebilder.
Während der Durchführung werden die Namen der Kinder schriftlich festgehalten, danach aber anonymisiert und nicht an Dritte weitergegeben.
Mich würde es sehr freuen, wenn Sie Ihr Kind daran teilnehmen lassen würden – vielen Dank!!

Mit freundlichen Grüßen

Ulrike Oechsle

Bitte abgeben bis …………………... – Einverständnis verbleibt im Kindergarten

Name des Kindes: ____

☐ **Ja**, ich/wir sind damit einverstanden, dass unser/e Sohn/Tochter an der Durchführung des 'Freiburger Screening' teilnimmt.

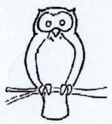
☐ **Nein**, ich/wir sind mit der Teilnahme nicht einverstanden.

____
Unterschrift der Erziehungsberechtigten

A1. (6;2, w)

Schülerheft

Beispiel



3 5 ~~7~~

~~4~~ 1 0 9

2 6 8

3 5 ~~7~~

4 1 0 9

2 ~~6~~ 8

3 ~~5~~ ~~7~~

4 1 0 9

2 6 8

3 ~~5~~ ~~7~~

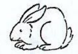
4 1 0 9

2 6 8

3 5 ~~7~~

4 1 0 9

2 6 8



3 5 ~~7~~

~~4~~ 1 0 9

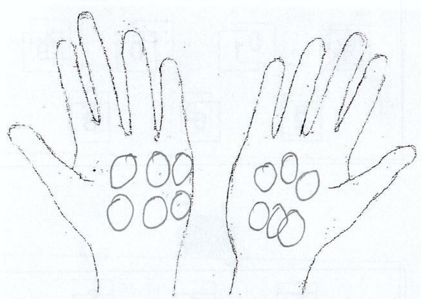
2 6 8

3 5 ~~7~~

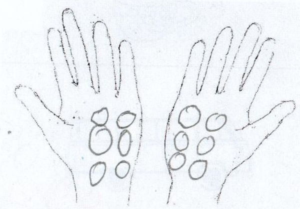
4 1 0 9

2 ~~6~~ 8

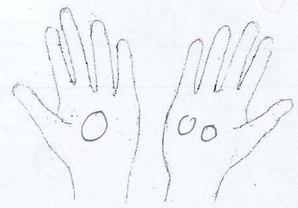
1.

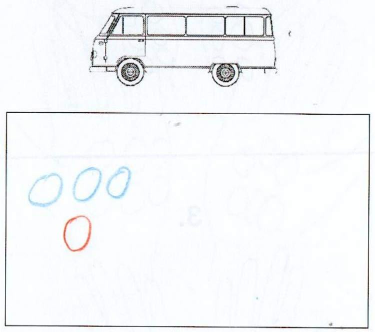


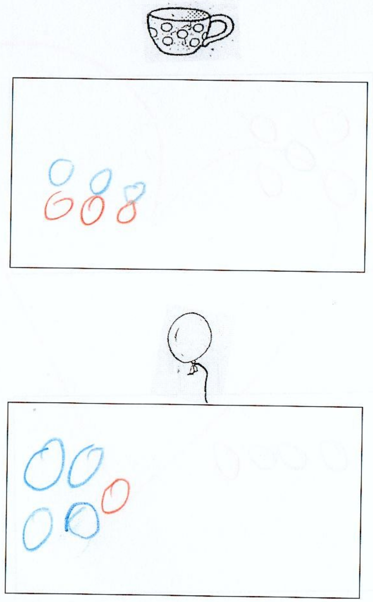
2.

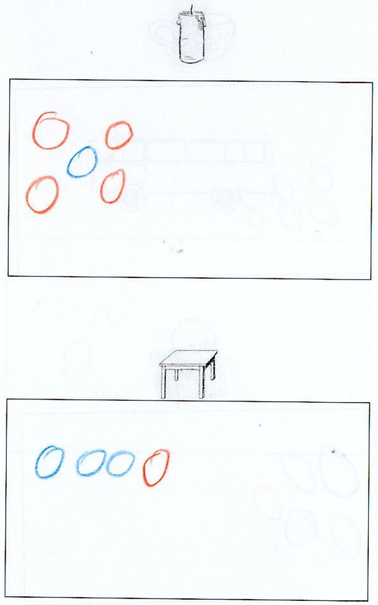


3.





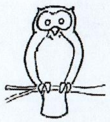




A2. (5;10 w)

Schülerheft

Beispiel



3	5	7	
~~4~~	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	~~6~~	8	

3	~~5~~	7	
4	1	0	9
2	6	8	

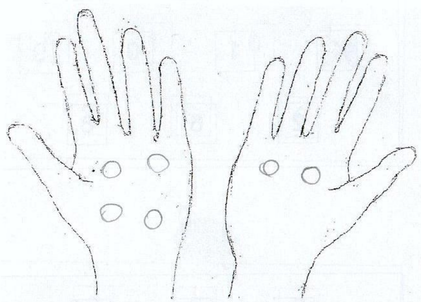
3	~~5~~	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	~~6~~	8	

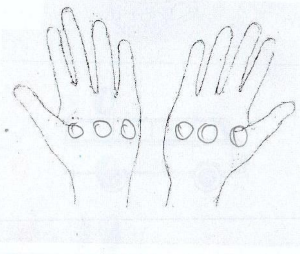
3	5	7	
~~4~~	1	0	9
2	6	8	

3	5	~~7~~	
4	1	0	9
2	6	8	

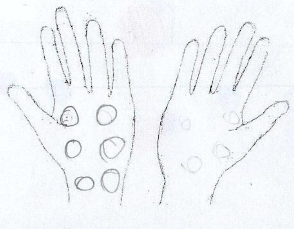
1.

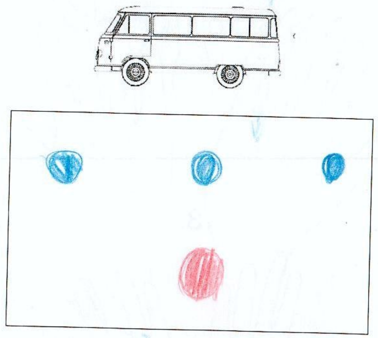


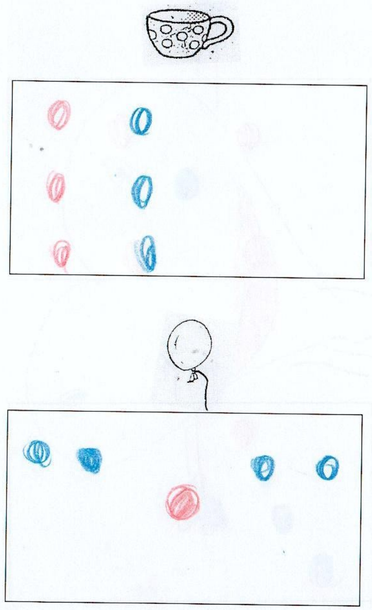
2.

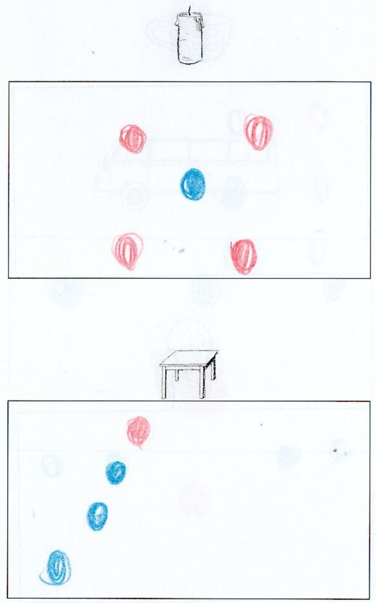


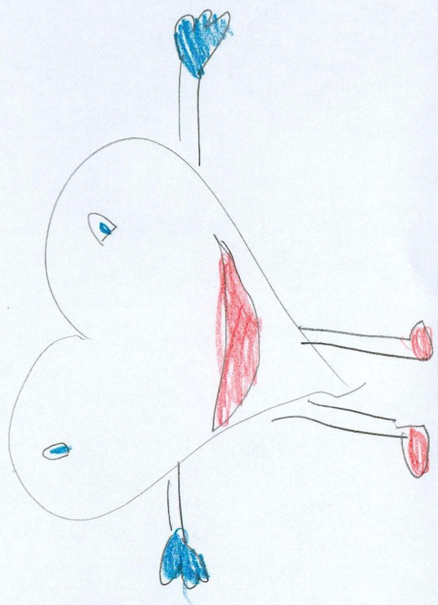
3.











C1. (6;1, w)

Schülerheft

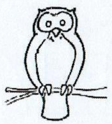
3	~~5~~	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	~~6~~	8	

3	5	7	
~~4~~	1	0	9
2	6	8	

3	~~5~~	7	
4	1	0	9
2	~~6~~	8	

Beispiel

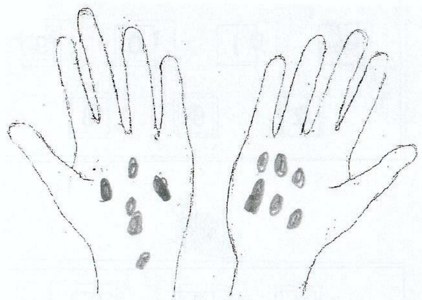


3	5	7	
~~4~~	1	0	9
2	6	8	

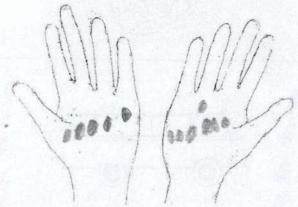
3	5	7	
4	1	0	9
2	~~6~~	8	

3	~~5~~	7	
4	1	0	9
2	6	8	

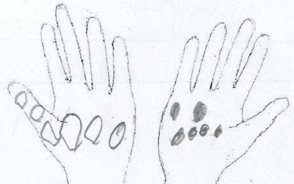
1.

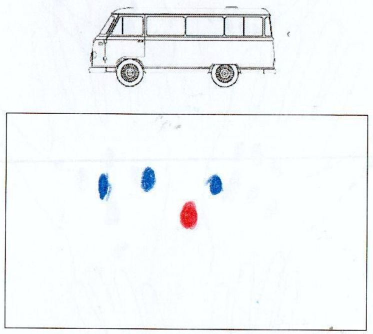


2.

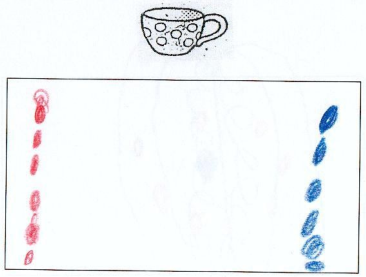


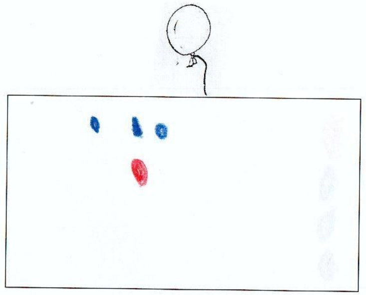
3.



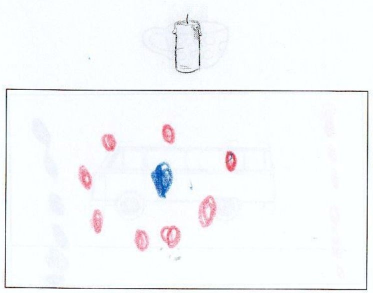


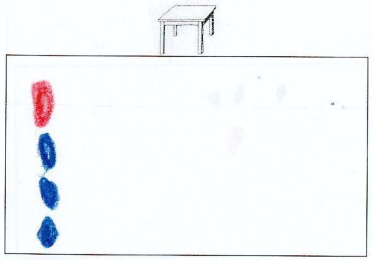
- 8 -



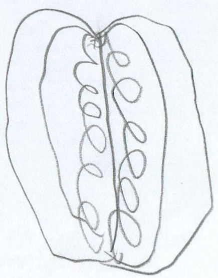


- 9 -





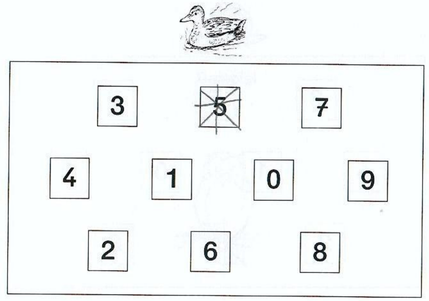
- 10 -

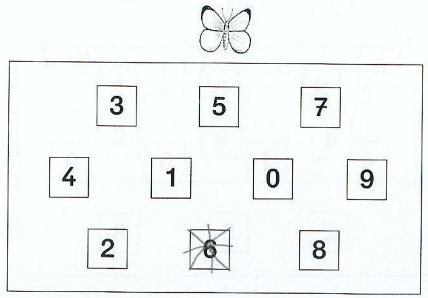


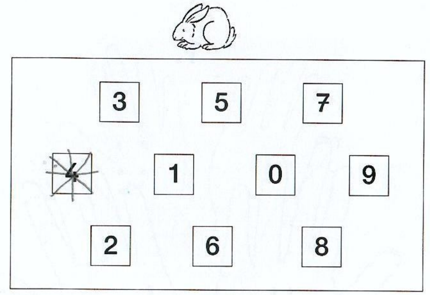
- 11 -

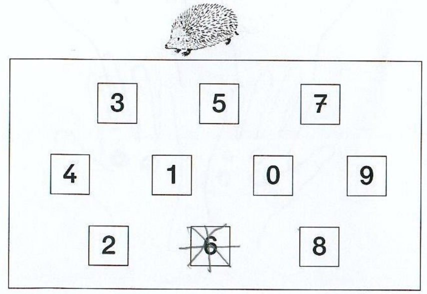
C2. (6;1, w)

Schülerheft

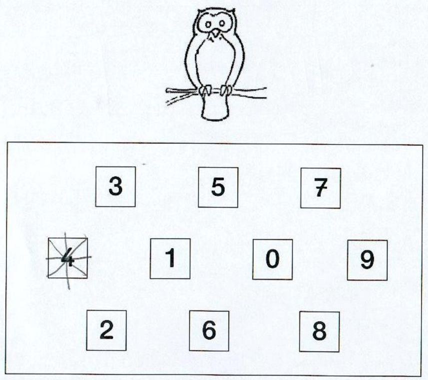


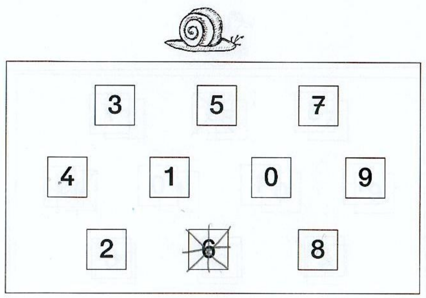


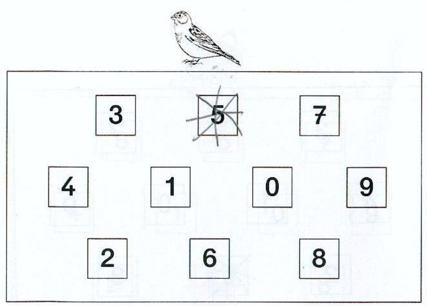




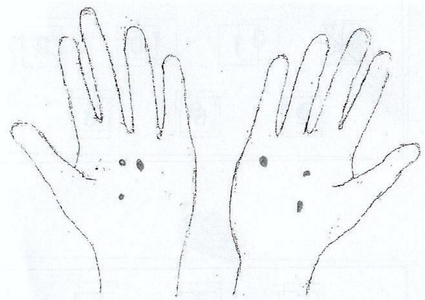
Beispiel



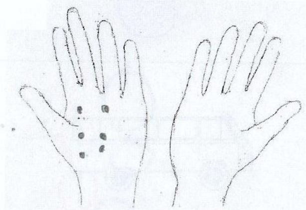




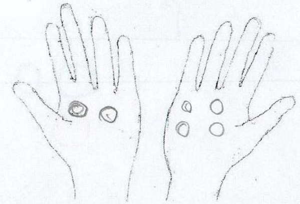
1.

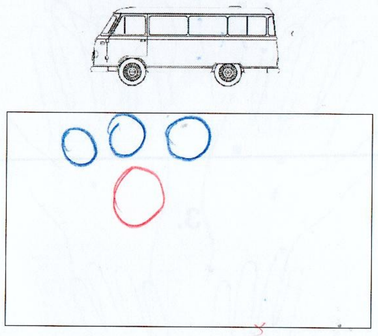


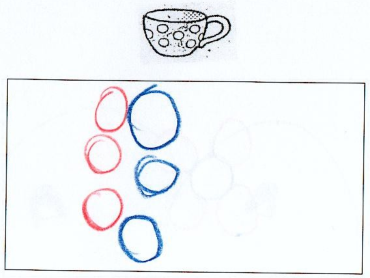
2.

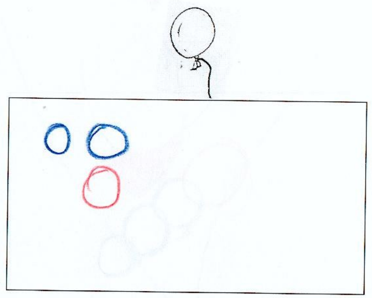


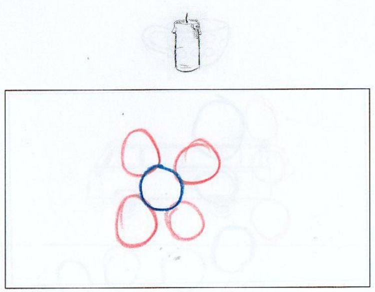
3.

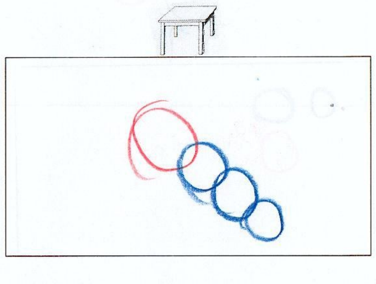








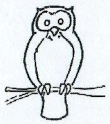




C3. (6;0, m)

Schülerheft

Beispiel



3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

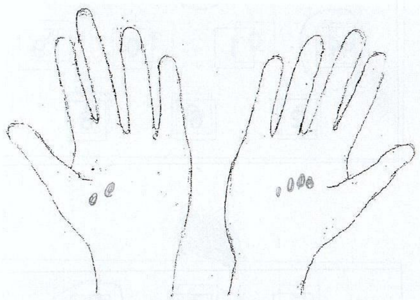
3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

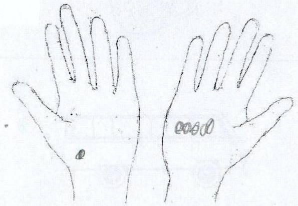
3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

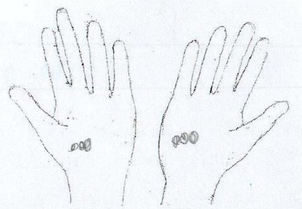
1.

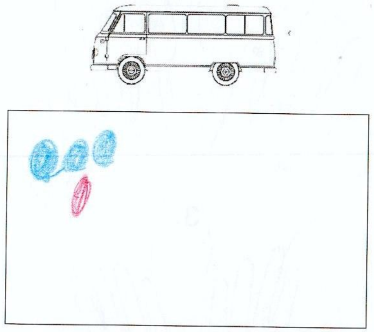


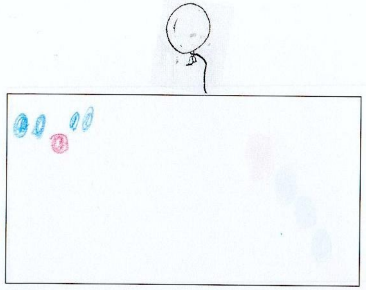
2.

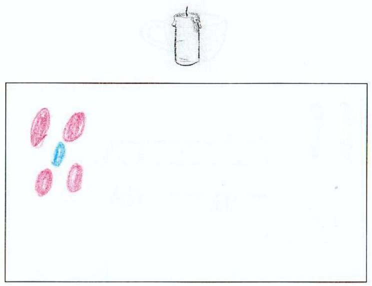


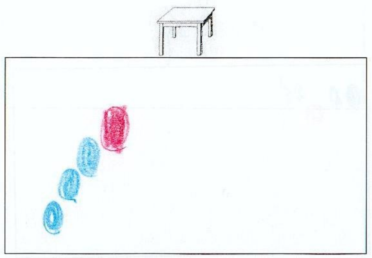
3.





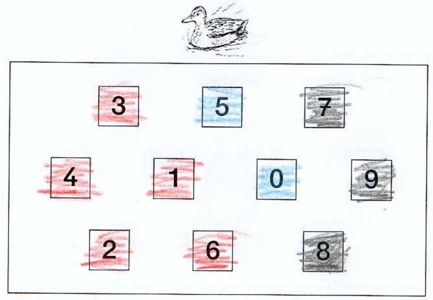


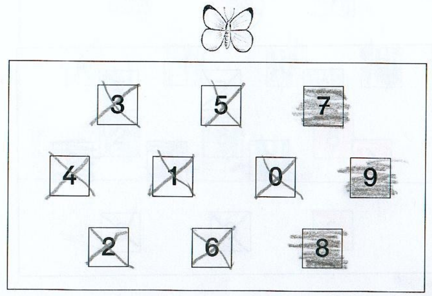




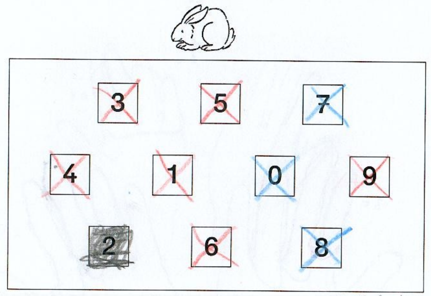
D. (6;2, m)

Schülerheft

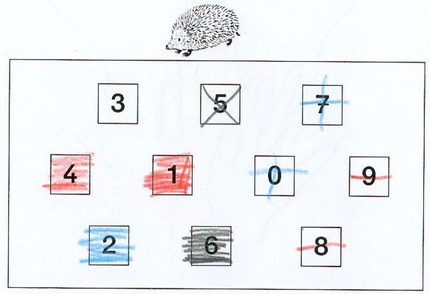




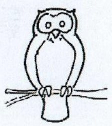
10 - 7 = 3

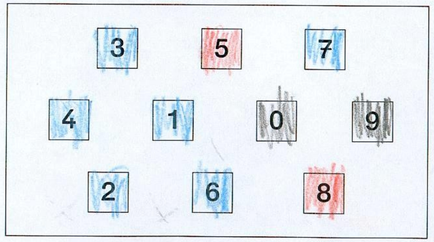


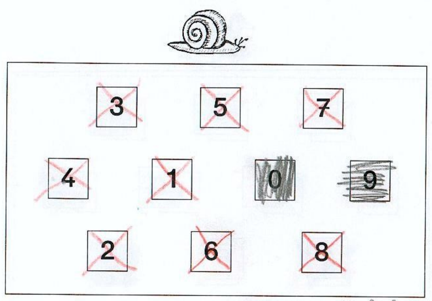
10 - 9 = 1



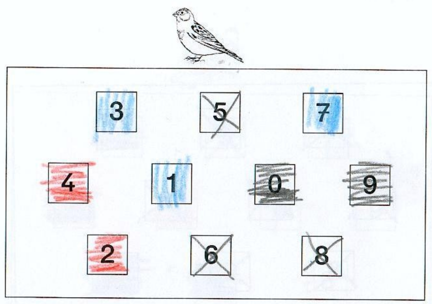
Beispiel



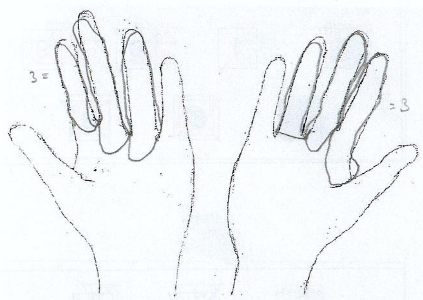




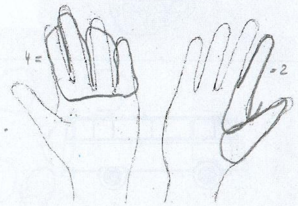
10 - 8 = 2



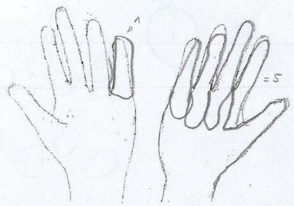
1.

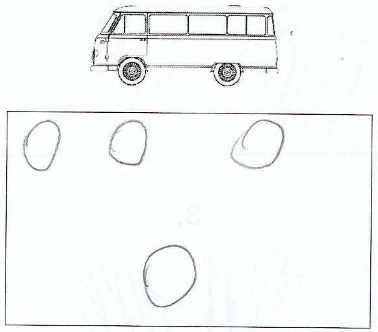


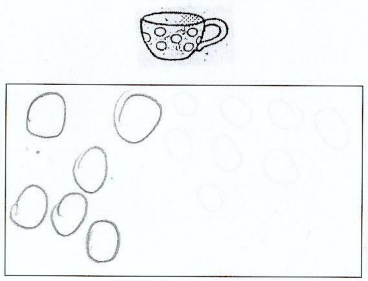
2.

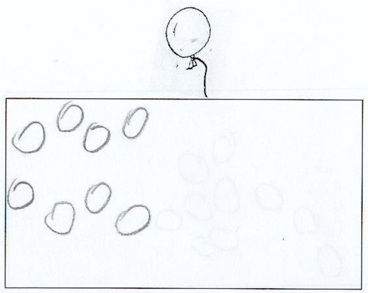


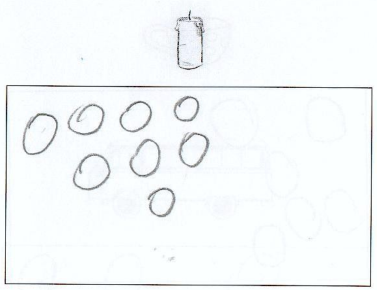
3.

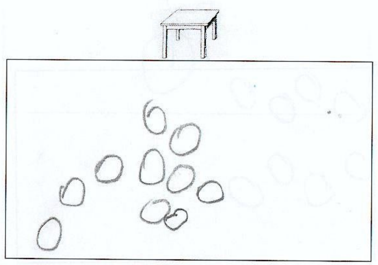








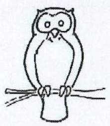




E. (6;5, w)

Schülerheft

Beispiel



3 5 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 6 8

nachgezählt

3 5 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

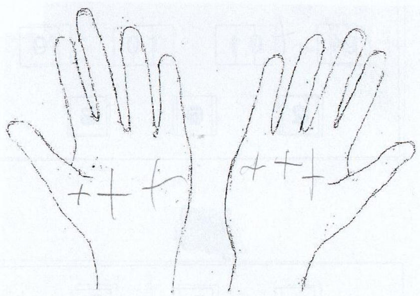
2 6 8

3 5 7

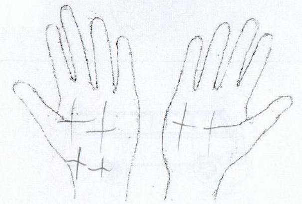
4 1 0 9

2 6 8

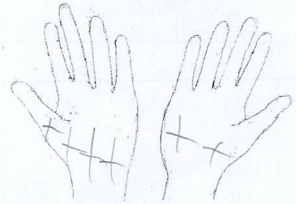
1.

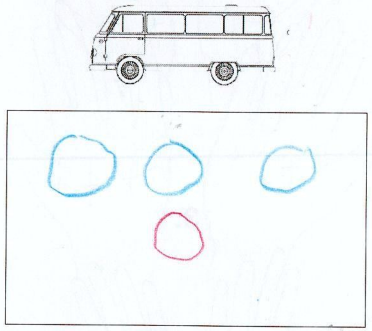


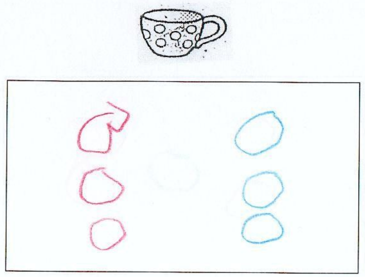
2.

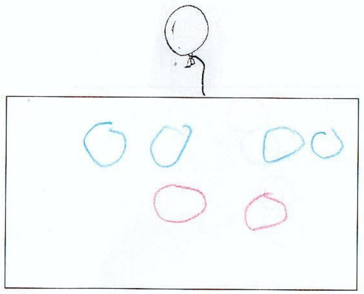


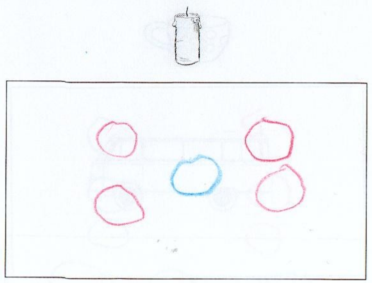
3.

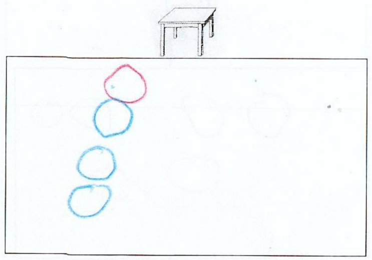






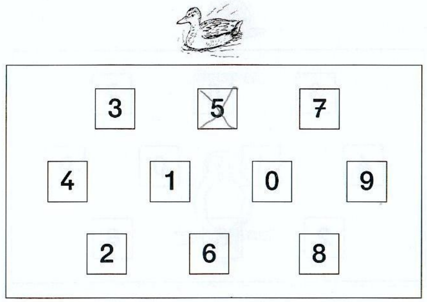


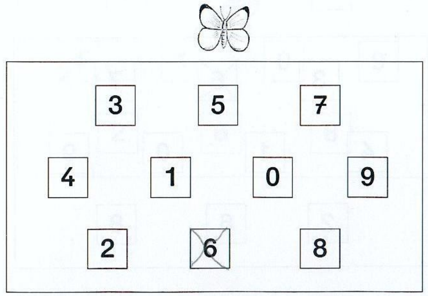


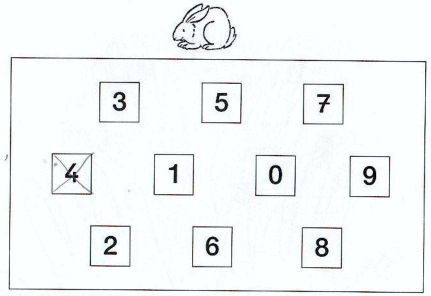


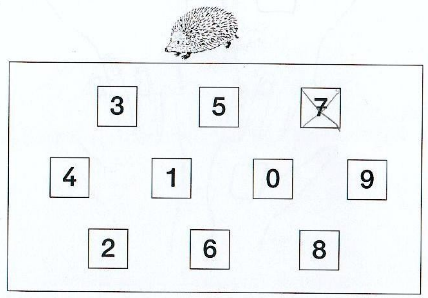
F1. (6;5, m)

Schülerheft

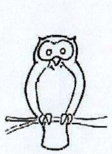


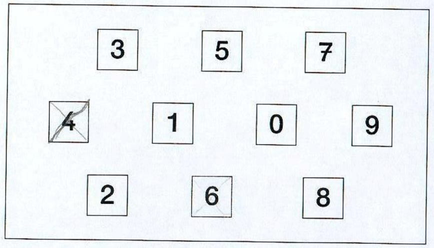


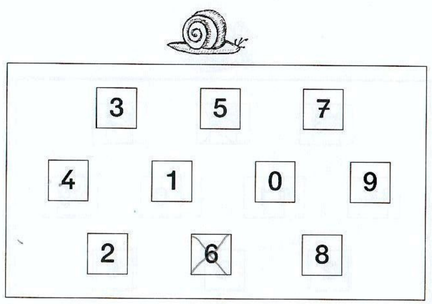


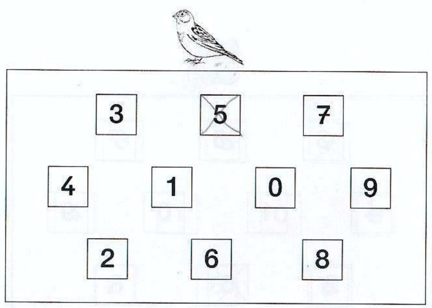


Beispiel

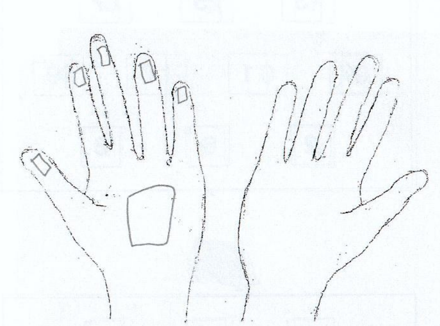




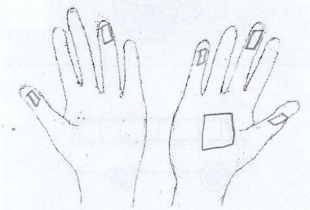




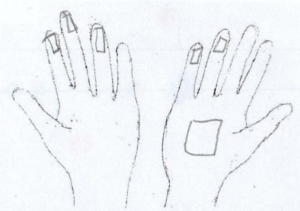
1.

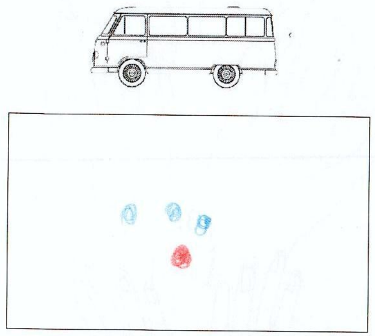


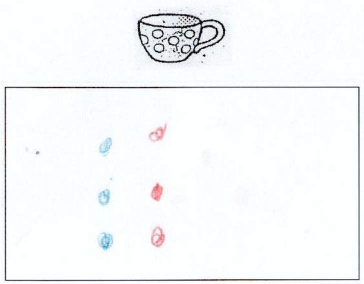
2.

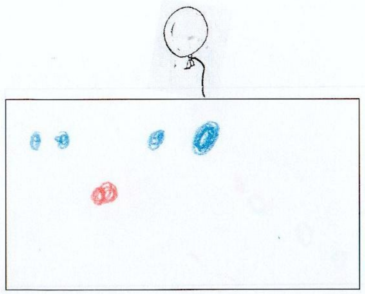


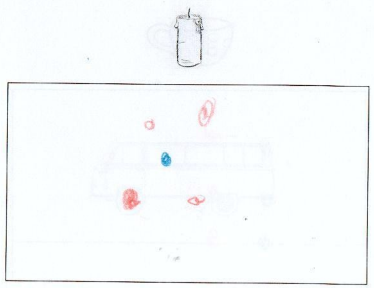
3.

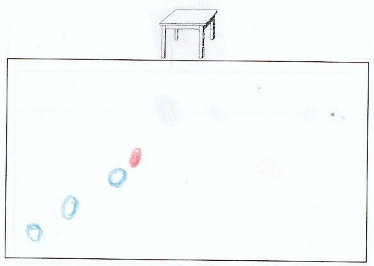








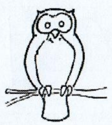




F2. (5;7, m)

Schülerheft

Beispiel



3	5	7	
~~4~~	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	~~8~~	

3	5	7	
4	1	0	9
2	~~6~~	8	

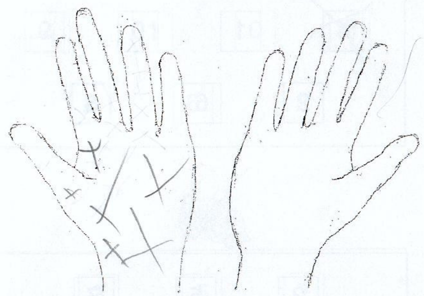
3	~~5~~	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	~~6~~	8	

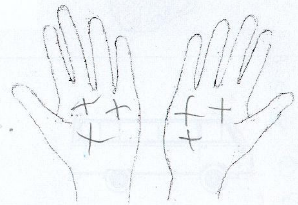
3	5	7	
~~4~~	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	~~8~~	

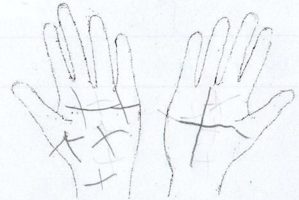
1.

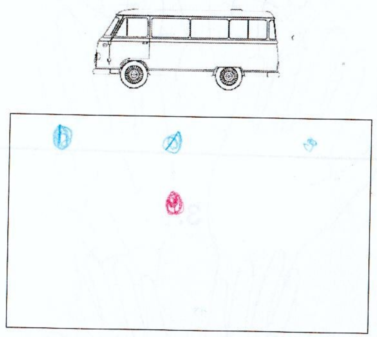


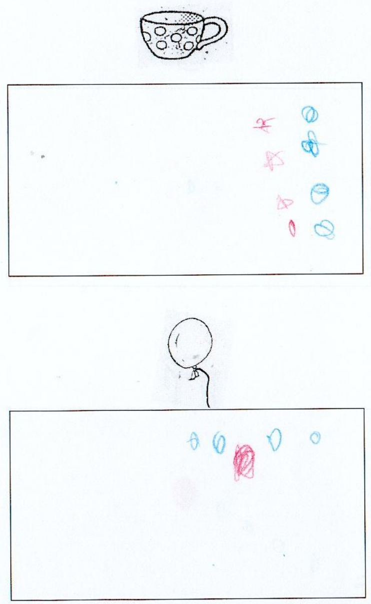
2.



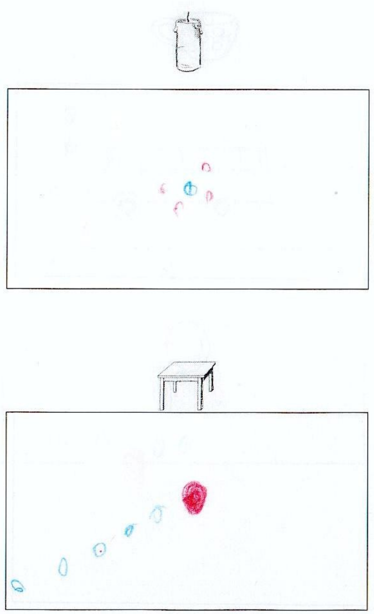
3.







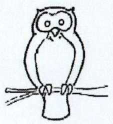
114



I. (6;3, m)

Schülerheft

Beispiel



~~3~~ 5 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

~~4~~ 1 0 9

2 6 8

3 ~~5~~ 7

4 1 0 9

2 6 8

3 ~~5~~ 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 ~~6~~ 8

3 5 7

~~4~~ 1 0 9

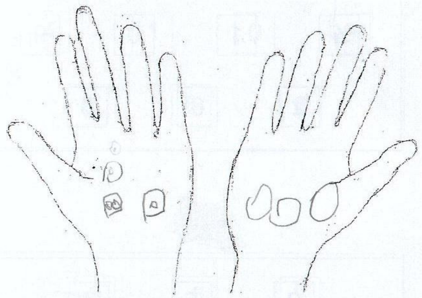
2 6 8

3 5 ~~7~~

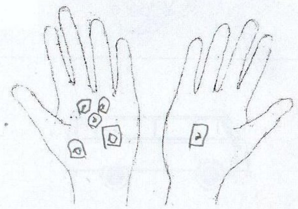
4 1 0 9

2 6 8

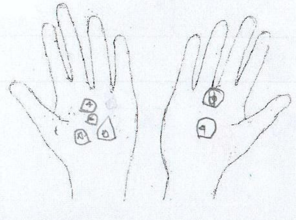
1.



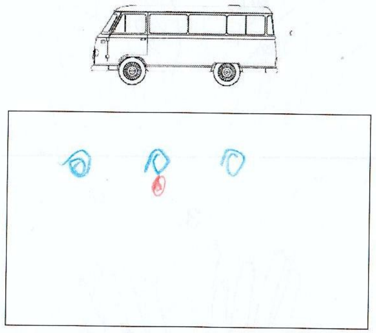
2.

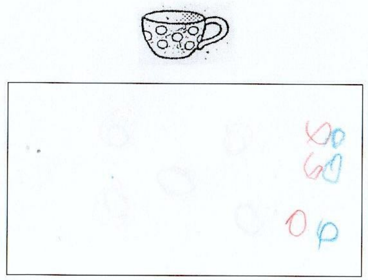


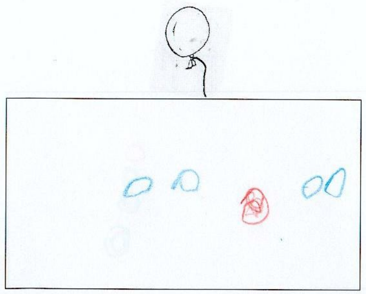
3.

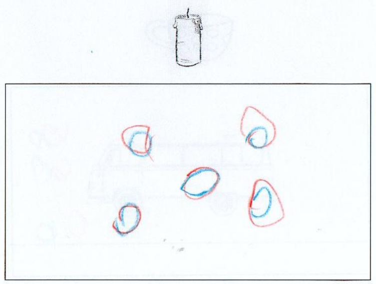


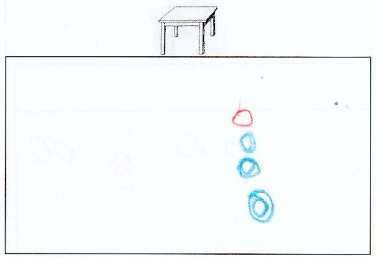
116











J1. (5;5, m)

Schülerheft

Beispiel

3 5 ~~7~~
~~4~~ 1 0 9
2 6 8

3 5 ~~7~~
4 1 0 9
2 ~~6~~ 8

3 5 ~~7~~
4 1 0 9
2 6 8

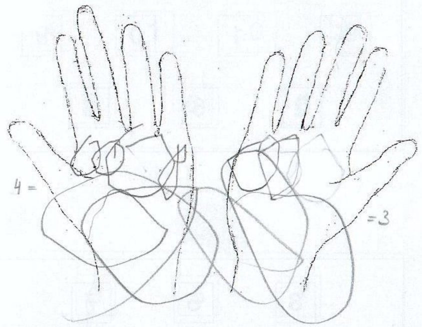
3 ~~5~~ ~~7~~
4 1 0 9
2 6 8

3 5 ~~7~~
4 1 0 9
2 ~~6~~ 8

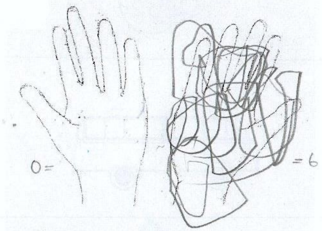
3 5 ~~7~~
~~4~~ 1 0 9
2 6 8

3 5 ~~7~~
4 1 0 9
2 6 8

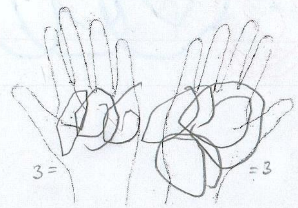
1.



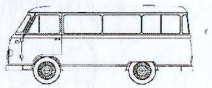
2.

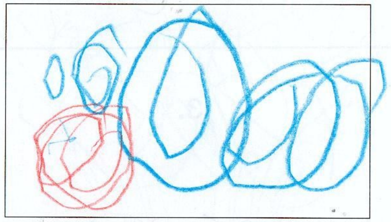


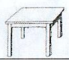
3.



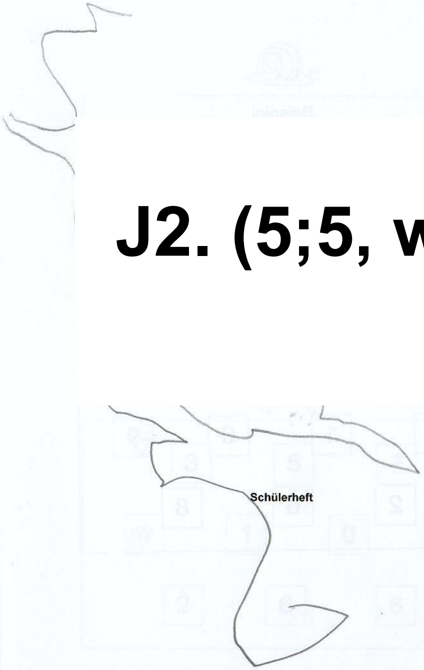
118







J2. (5;5, w)



Schülerheft

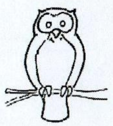
3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

Beispiel

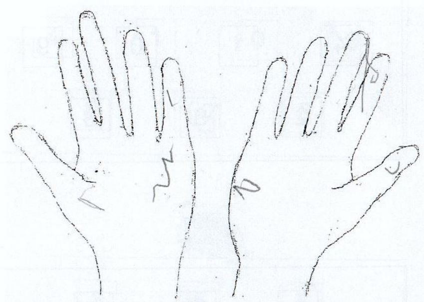


3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

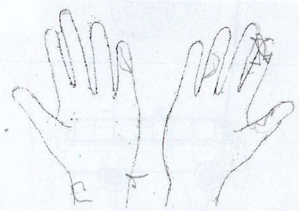
3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

3 5 7
4 1 0 9
2 6 8

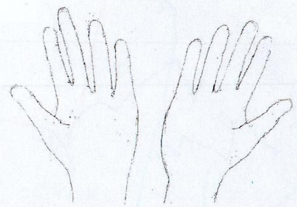
1.

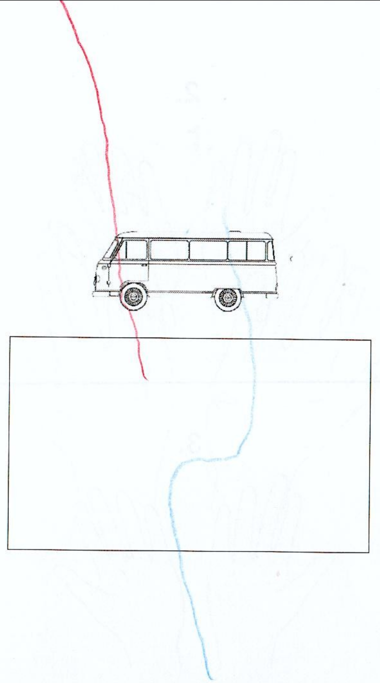


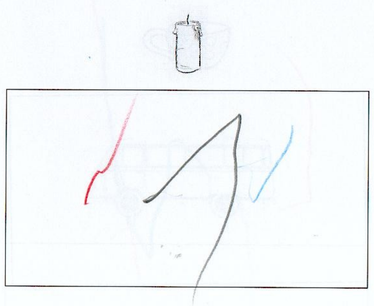
2.

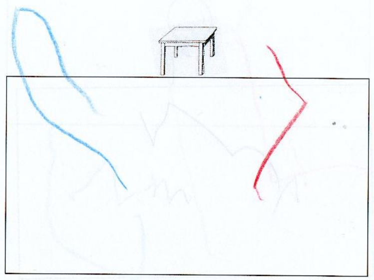


3.





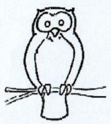




K1. (6;6, m)

Schülerheft

Beispiel



3	5	7	
~~4~~	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	~~6~~	8	

3	5	~~7~~	
4	1	0	9
2	6	8	

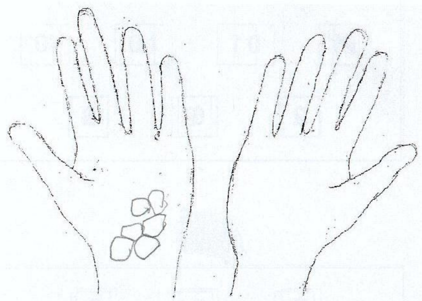
3	~~5~~	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	~~7~~	
4	1	0	9
2	6	8	

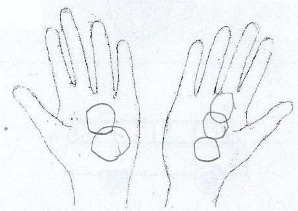
3	5	7	
~~4~~	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	~~6~~	8	

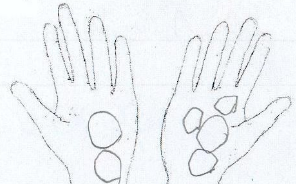
1.

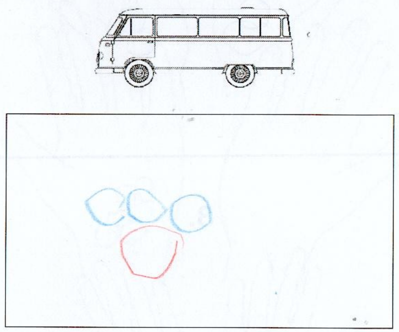


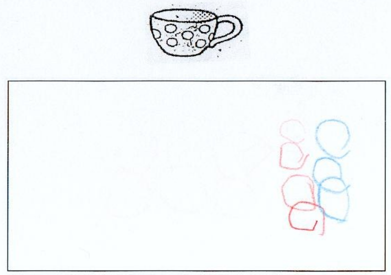
2.

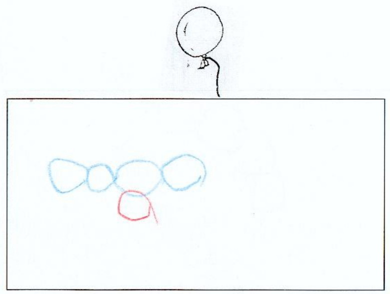


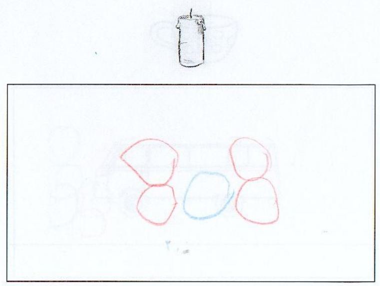
3.

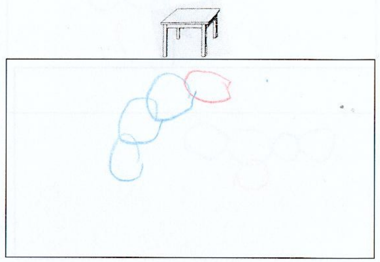








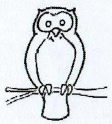




K2. (5;11, m)

Schülerheft

Beispiel



3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

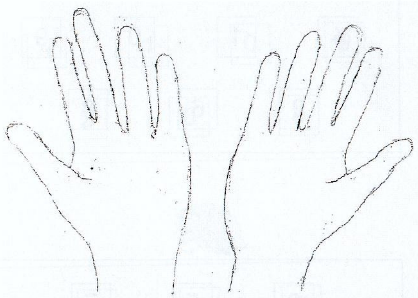
3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

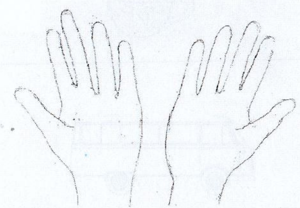
3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

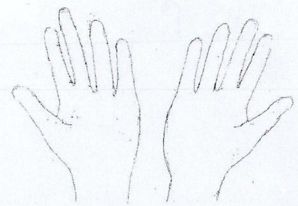
1.

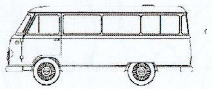


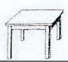
2.



3.



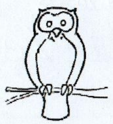




L1. (5;4, m)

Schülerheft

Beispiel



3 5 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

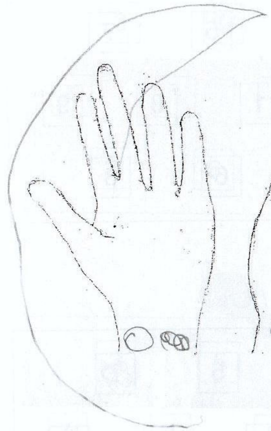
2 6 8

3 5 7

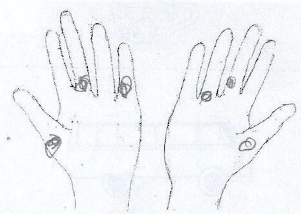
4 1 0 9

2 6 8

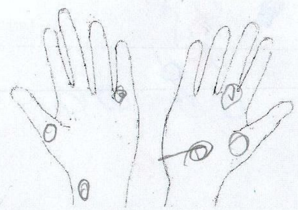
1.

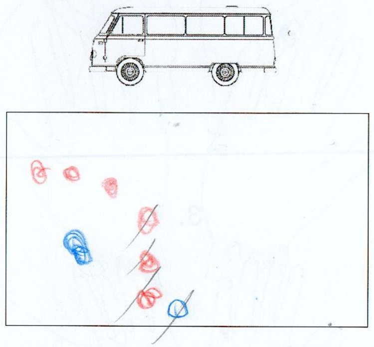


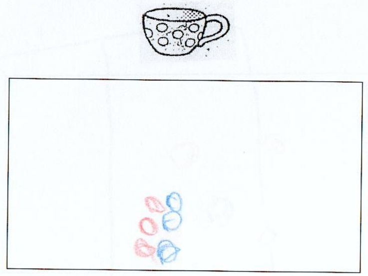
2.

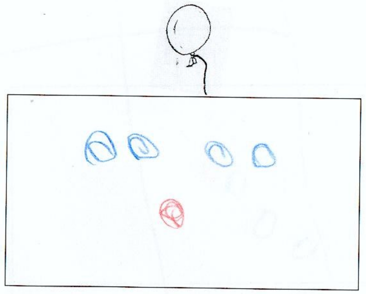


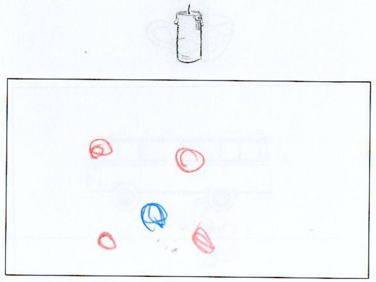
3.

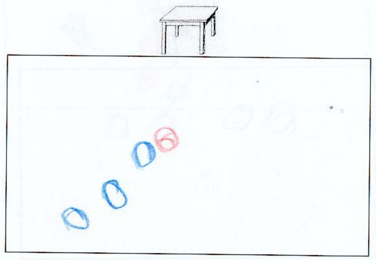


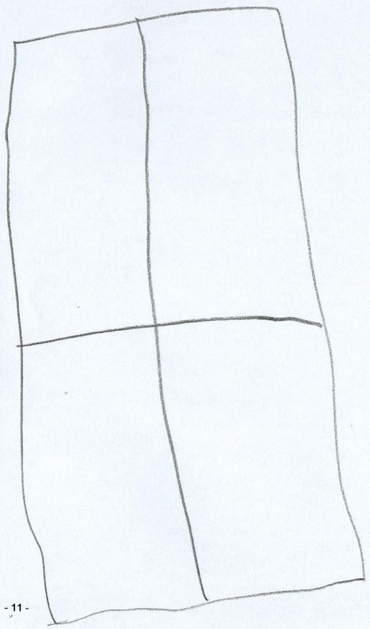












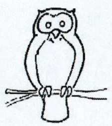
127

D R A

L2. (6;4, m)

Schülerheft

Beispiel



3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

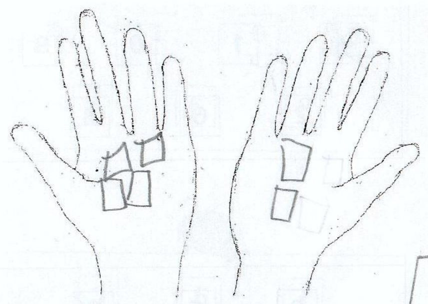
3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

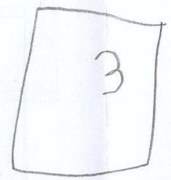
3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

0

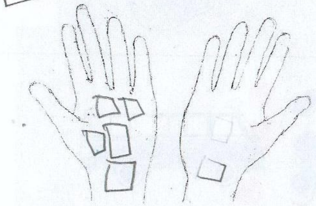
1. 7



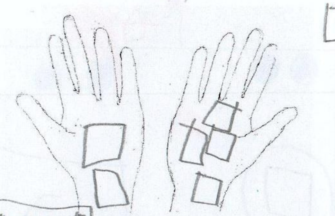


3

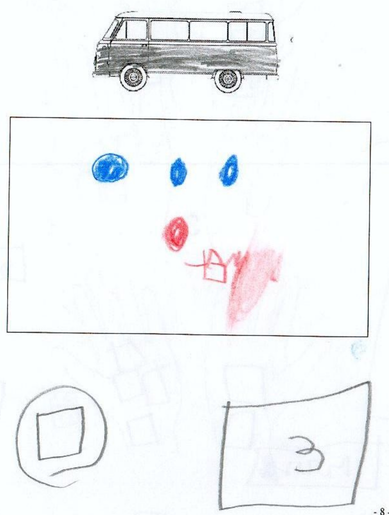
2. 2

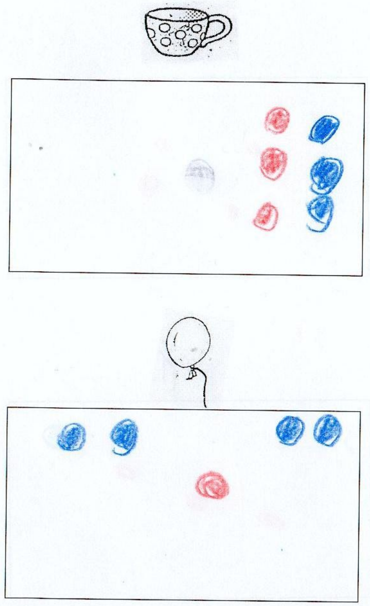


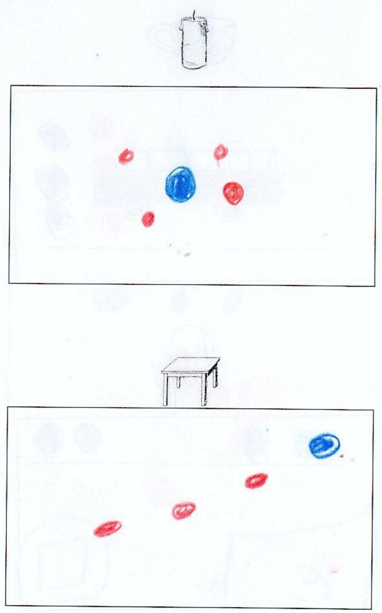
3. 3



1


3





LK. (6;1, w)

Schülerheft

Beispiel

3 5 7

~~4~~ 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 ~~6~~ 8

3 ~~5~~ 7

4 1 0 9

2 6 8

3 ~~5~~ 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 ~~6~~ 8

3 5 7

~~4~~ 1 0 9

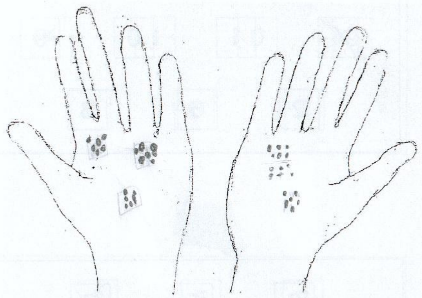
2 6 8

3 5 ~~7~~

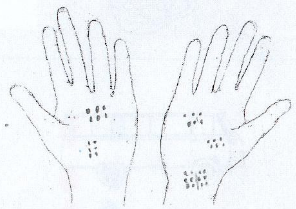
4 1 0 9

2 6 8

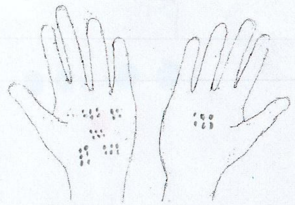
1.

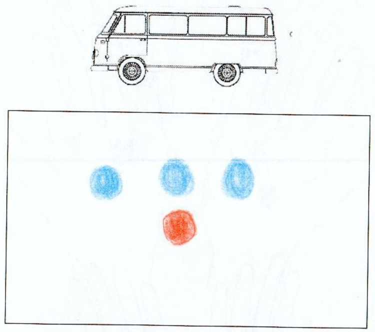


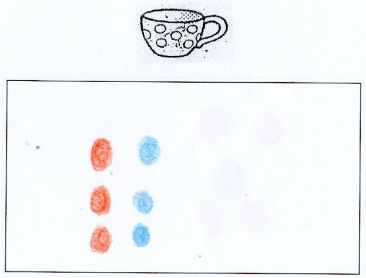
2.

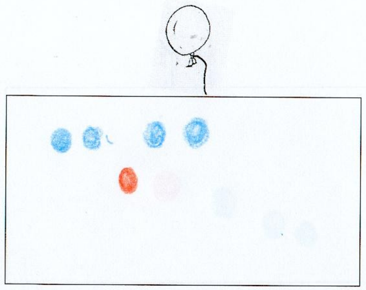


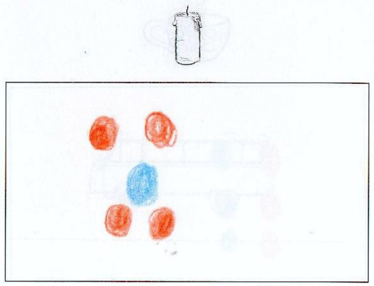
3.

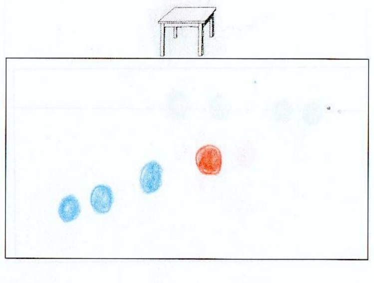








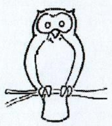




M1. (5;11, m)

Schülerheft

Beispiel



3 5 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

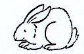
4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 6 8



3 5 7

4 1 0 9

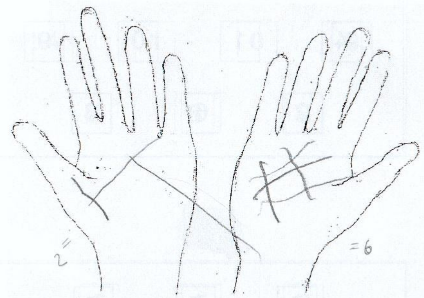
2 6 8

3 5 7

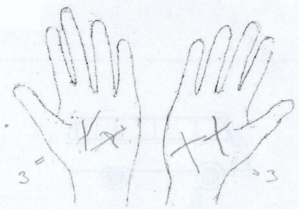
4 1 0 9

2 6 8

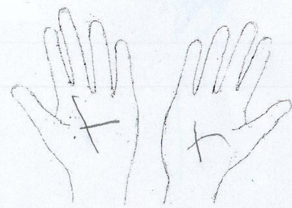
1.

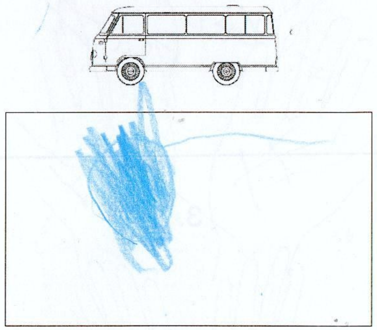


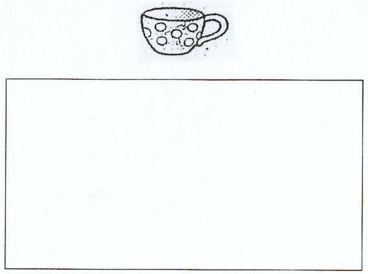
2.

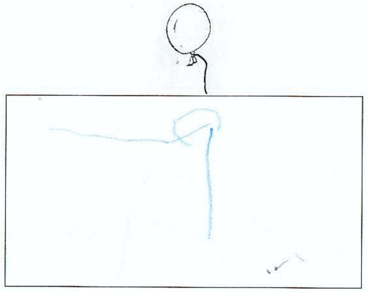


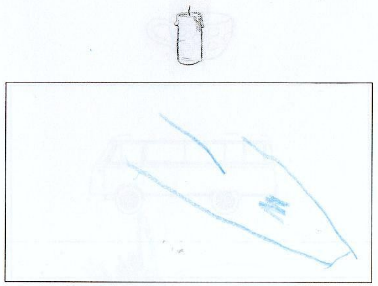
3.

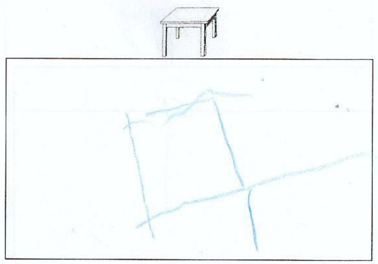








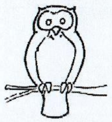




M2. (6;3, m)

Schülerheft

Beispiel



3	5	7	
~~4~~	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	~~6~~	8	

3	~~5~~	7	
4	1	0	9
2	6	8	

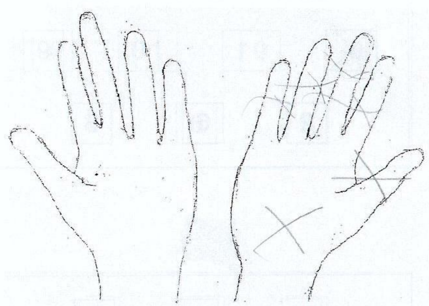
3	~~5~~	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	~~6~~	8	

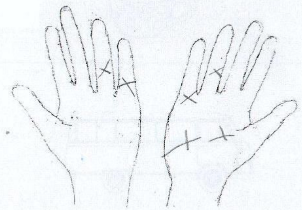
3	5	7	
~~4~~	1	0	9
2	6	8	

3	5	~~7~~	
4	1	0	9
2	6	8	

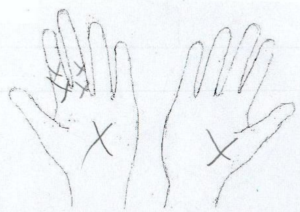
1.

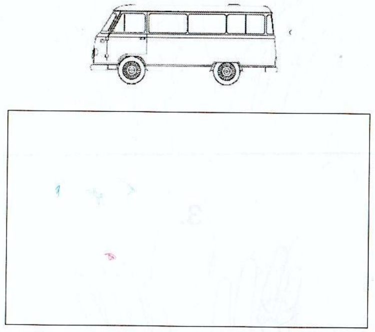


2.

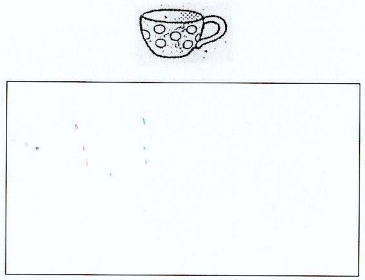


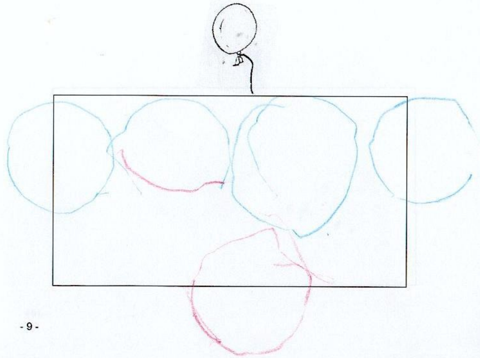
3.



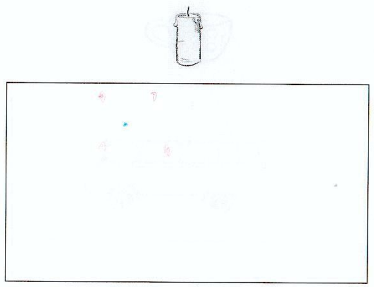


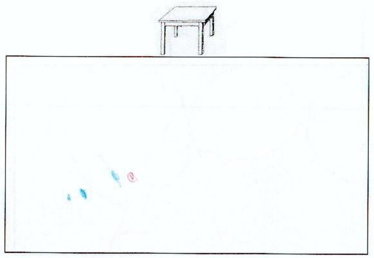
- 8 -





- 9 -



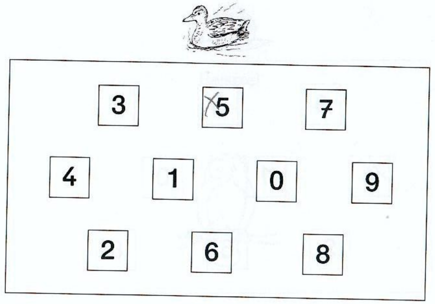


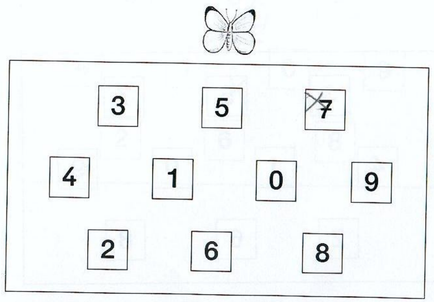
- 10 -

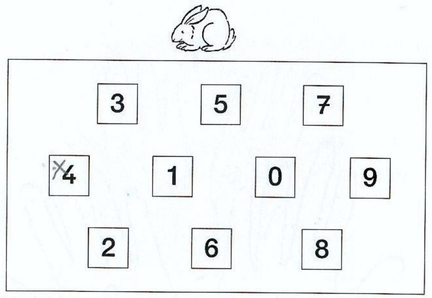
- 11 -

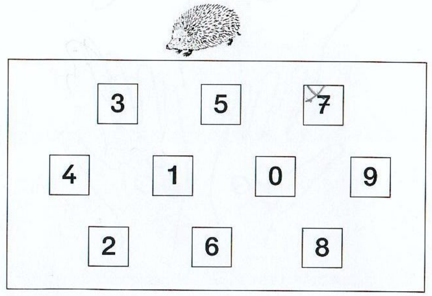
P1. (5;8, m)

Schülerheft

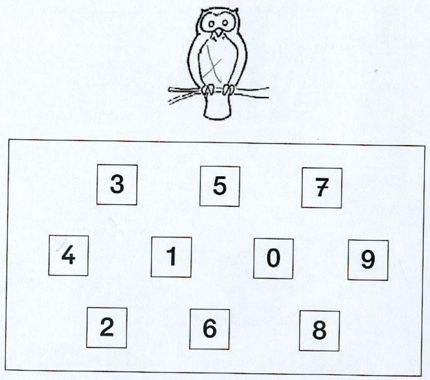


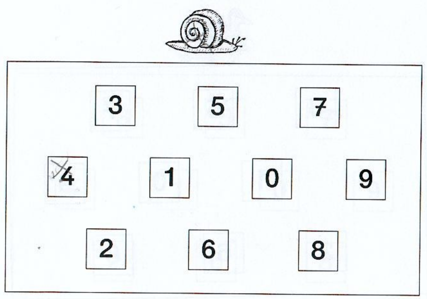


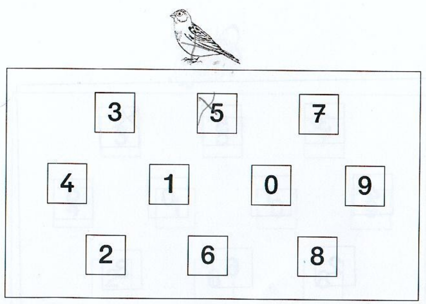




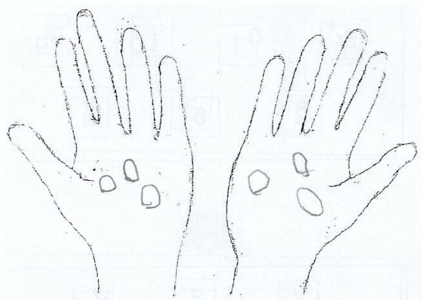
Beispiel



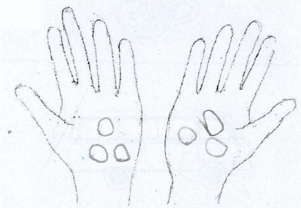




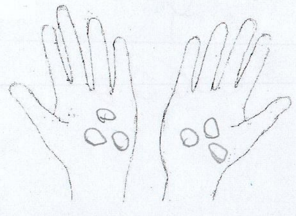
1.

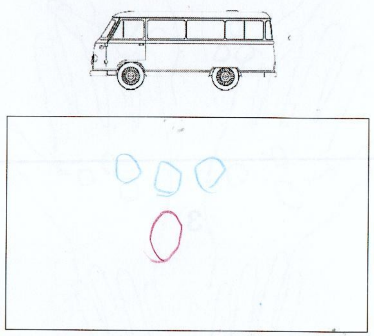


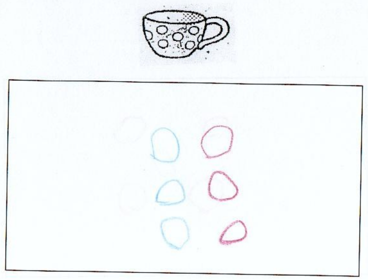
2.

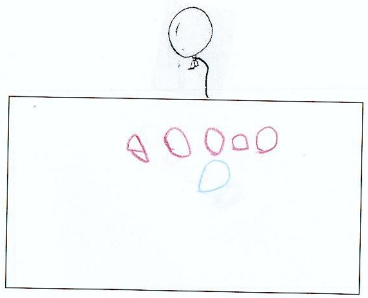


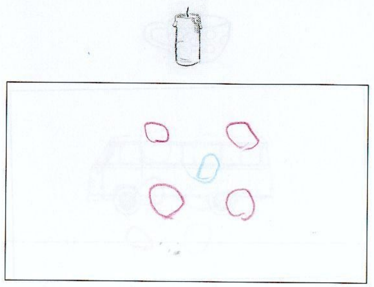
3.

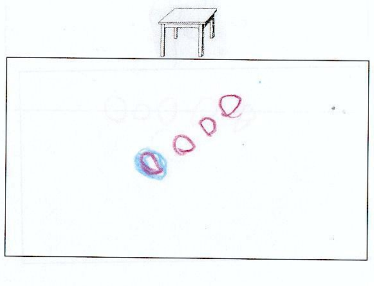








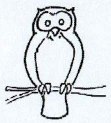




P2. (5;10, m)

Schülerheft

Beispiel



3 5 7

~~4~~ 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 ~~6~~ 8

3 ~~5~~ 7

4 1 0 9

2 6 8

3 ~~5~~ 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 ~~6~~ 8

3 5 7

~~4~~ 1 0 9

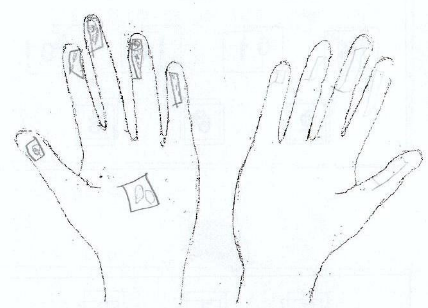
2 6 8

3 5 ~~7~~

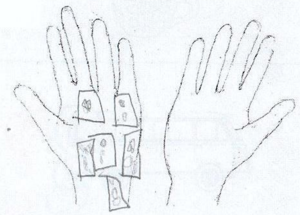
4 1 0 9

2 6 8

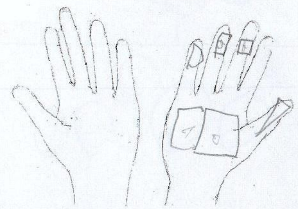
1.

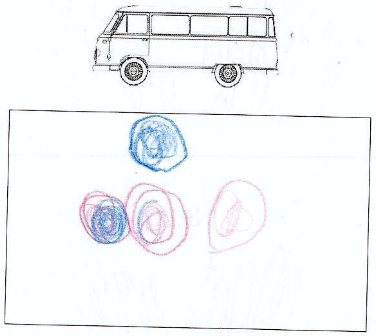


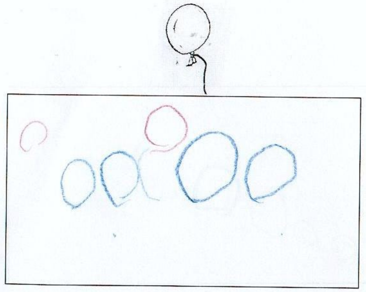
2.

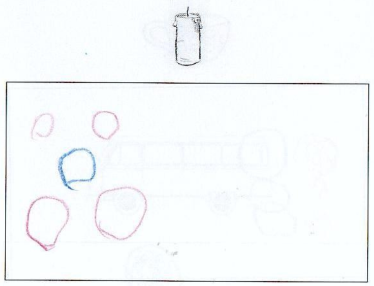


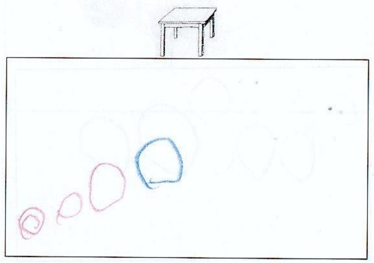
3.











R1. (5;8, w)

Schülerheft

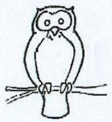
3 ~~5~~ 7
4 1 0 9
2 6 8

3 5 7
4 1 0 9
2 ~~6~~ 8

3 5 7
~~4~~ 1 0 9
2 6 8

3 5 ~~7~~
4 1 0 9
2 6 8

Beispiel

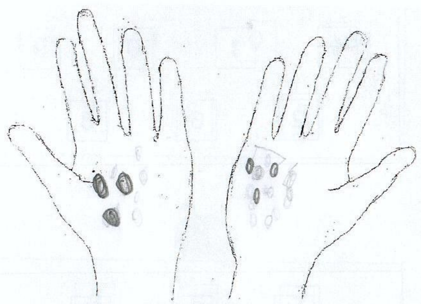


3 5 7
~~4~~ 1 0 9
2 ~~6~~ 8

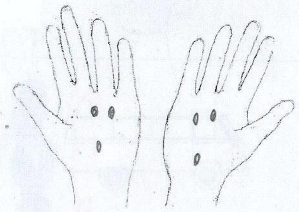
3 5 7
~~4~~ 1 0 9
2 ~~6~~ 8

3 ~~5~~ 7
4 1 0 9
2 6 8

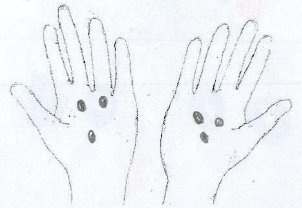
1.

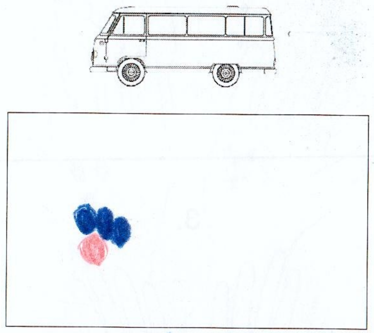


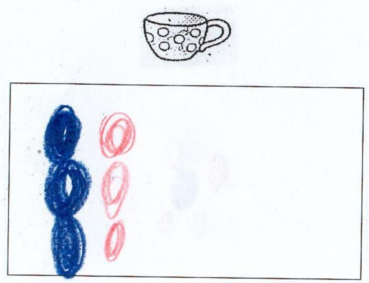
2.

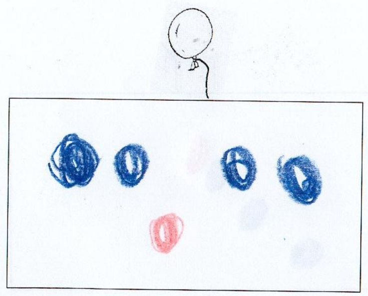


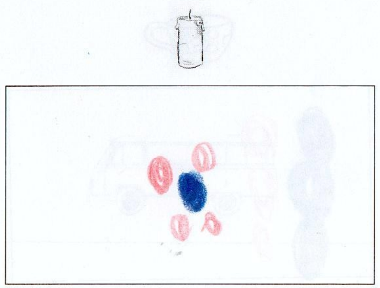
3.

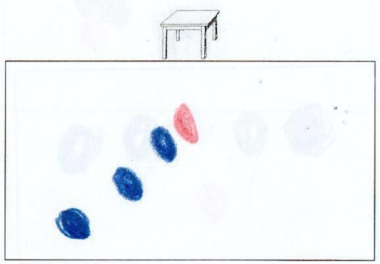












R2. (6;2, m)

Schülerheft

Beispiel

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

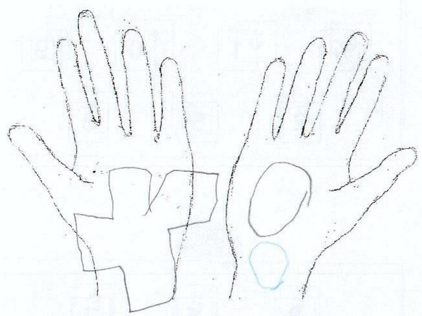
3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

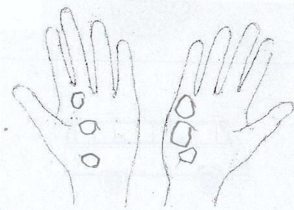
3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

3	5	7	
4	1	0	9
2	6	8	

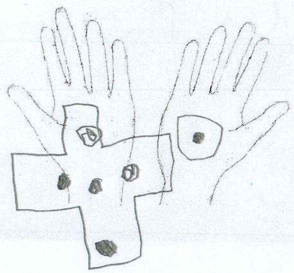
1.

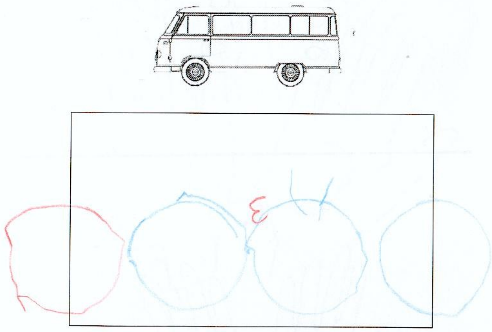


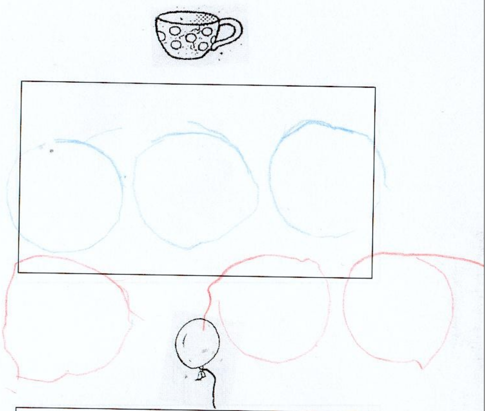
2.



3.



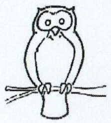




S. (5;11, w)

Schülerheft

Beispiel



3 5 7

~~4~~ 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 ~~6~~ 8

3 ~~5~~ 7

4 1 0 9

2 6 8

3 ~~5~~ 7

4 1 0 9

2 6 8

3 5 7

4 1 0 9

2 ~~6~~ 8

3 5 7

4 1 0 9

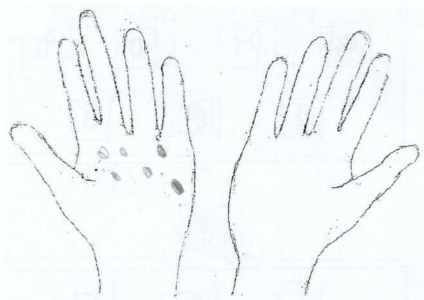
2 ~~6~~ 8

3 5 ~~7~~

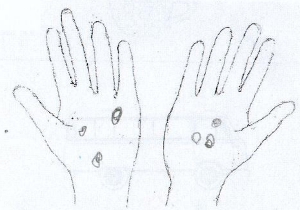
4 1 0 9

2 6 8

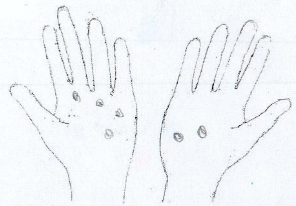
1.

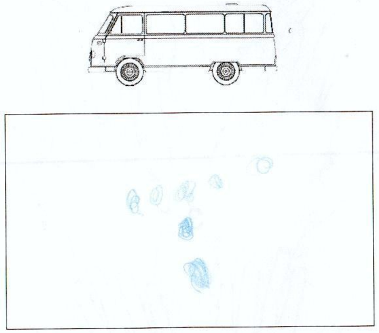


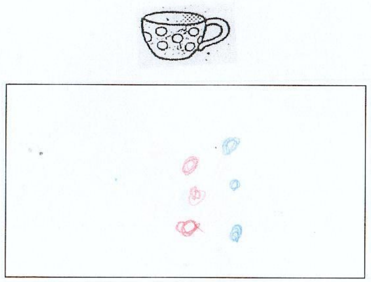
2.

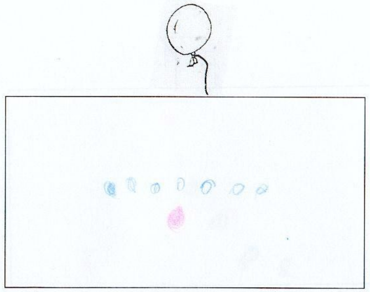


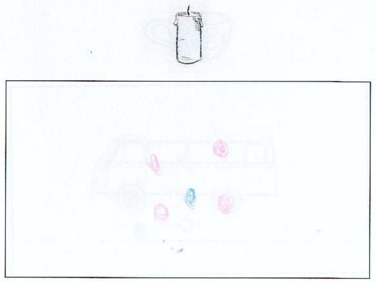
3.

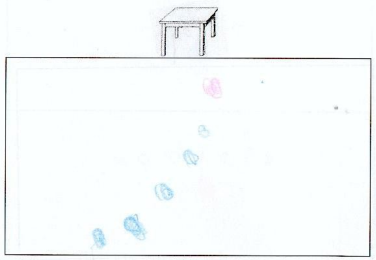








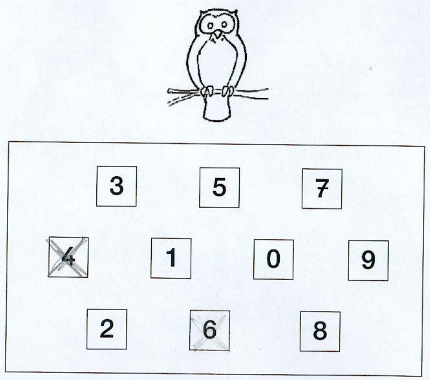


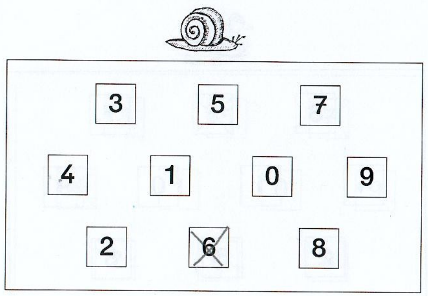


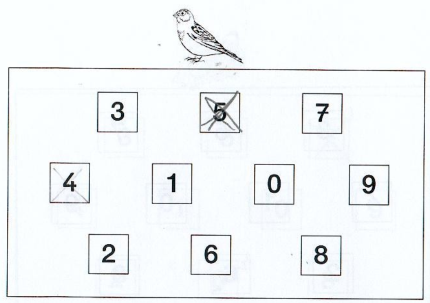
V. (6;3, m)

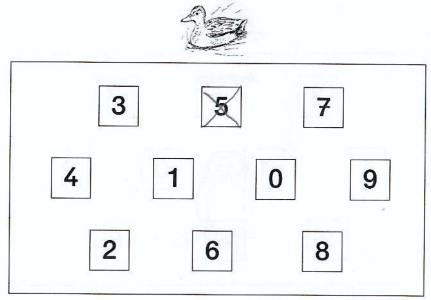
Schülerheft

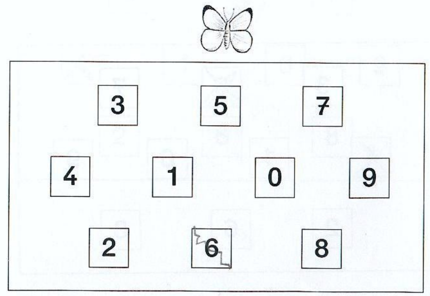
Beispiel

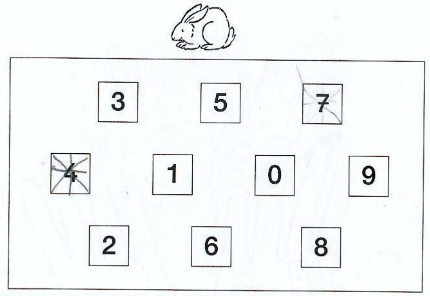


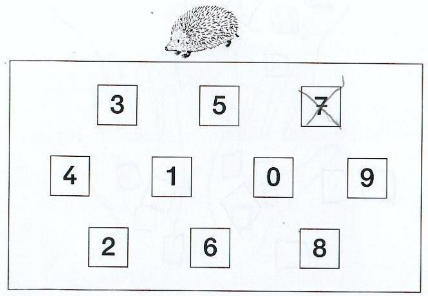




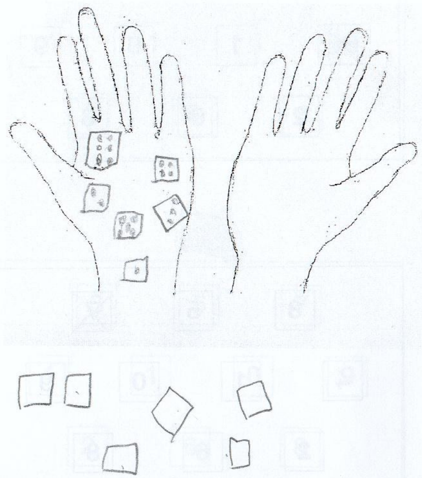




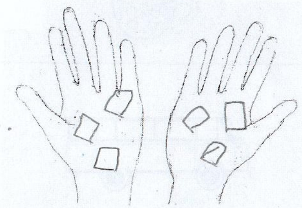




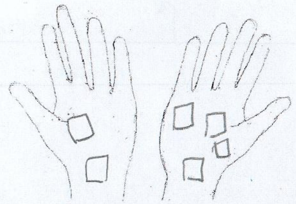
1.

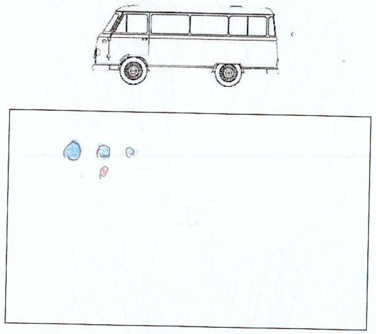


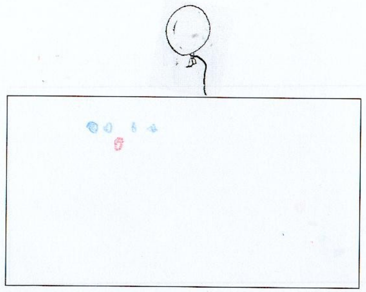
2.



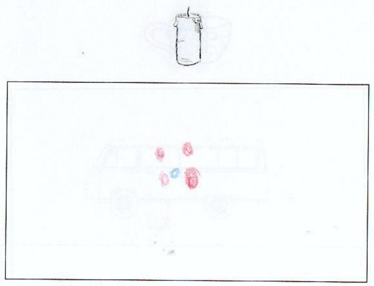
3.

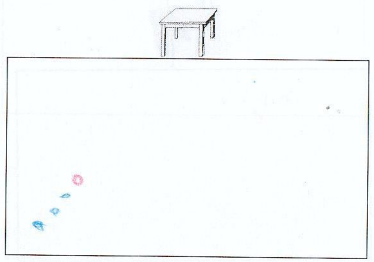






146





Regelkindergarten A:

1. Protokollbogen.....(Aufgaben 1 und 4)

Namen	A1. 6;2 w	P1. 5;8 m	L1. 5;4 m	A2. 5;10 w	C1. 6;1 w	C2. 6;1 w				
Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Aufgabe 1 (Zahlwortreihe)

Bitte nur die Kinder ankreuzen, die unsicher sind! (Protokollant)

Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a)										
b)										
c)					X	X				

Aufgabe 4 (Nachlegen von Punktebildern)

Richtige Lösungen ankreuzen. **Fehlerhaft gelegte** Lösungen beim Herumgehen schnell im Protokollbogen **skizzieren** (Farben beachten!).

	Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bei-spiel-auf-gabe (Bus)	richtig	X	X	X	X		X				
	fehlerhaft					b r b					
4.1 	richtig		X	X	X		X				
	fehlerhaft	b b b r r r				r b r b r b r b b					
4.2 	richtig			X	X						
	fehlerhaft	b b r b b	r r r r r b			b b b r	b b r				
4.3 	richtig	X	X	X	X		X				
	fehlerhaft					r r r b r r r					
4.4 	richtig			X	X						
	fehlerhaft	b b b r	r r b r		b	r b b b	r b b b				

2. Protokollbogen (Aufgaben 2 und 3)

Namen	A1. 6;2 w	P1. 5;8 m	L1. 5;4 m	A2. 5;10 w	C1. 6;1 w	C2. 6;1 w				
Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Aufgabe 2 (Zahlerfassung im Blitzblick)

Die Protokollierung erfolgt später, da die Lösungen im Schülerheft stehen.
Bitte nur die **Felder mit falschen Lösungen** ankreuzen !

Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6 		X 4								
5 										
5 										
6 	X 7	X 7	X 7							
4 										
7 	X 6				X 6	X 6				

Aufgabe 3 - (Zerlegen der Anzahl 6)

Die Auswertung erfolgt später, da die Lösungen im Schülerheft stehen

	Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kind fand	**eine** Zerlegung		X	X							
	zwei Zerlegungen										
	drei Zerlegungen				X		X				
	falsche Zerlegung										
	keine Zerlegung	X				X					
	Sonstiges		3x gleiche	3x gleiche							

Regelkindergarten B:

1. Protokollbogen.....(Aufgaben 1 und 4)

Namen	F1. 6;5 m	L2. 6;4 m	LK. 6;1 w	P2. 5;10 m	R1. 5;8 w	S. 5;11 w	V. 6;3 m			
Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Aufgabe 1 (Zahlwortreihe)
Bitte nur die Kinder ankreuzen, die unsicher sind! (Protokollant)

Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a)										
b)										
c)	X	X		X						

Aufgabe 4 (Nachlegen von Punktebildern)

Richtige Lösungen ankreuzen. **Fehlerhaft gelegte** Lösungen beim Herumgehen schnell im Protokollbogen **skizzieren** (Farben beachten!).

	Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Beispielaufgabe (Bus)	richtig	X	X	X		X		X			
	fehlerhaft				b r r r		b bbbb b b				
4.1	richtig		X	X	X		X	X			
	fehlerhaft	b r b r b r				b r b r b r					
4.2	richtig	X	X	X		X		X			
	fehlerhaft				r bb bb		bb bbbbb r				
4.3	richtig	X	X	X	X	X	X	X			
	fehlerhaft										
4.4	richtig	X		X		X		X			
	fehlerhaft		r r r b	b	r r b b		b b b b b r				

2. Protokollbogen (Aufgaben 2 und 3)

Namen	F1. 6;5 m	L2. 6;4 m	LK. 6;1 w	P2. 5;10 m	R1. 5;8 w	S. 5;11 w	V. 6;3 m			
Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Aufgabe 2 (Zahlerfassung im Blitzblick)
Die Protokollierung erfolgt später, da die Lösungen im Schülerheft stehen.
Bitte nur die **Felder mit falschen Lösungen** ankreuzen !

Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6										
5										
5										
6										
4						X 6				
7										

Aufgabe 3 - (Zerlegen der Anzahl 6)
Die Auswertung erfolgt später, da die Lösungen im Schülerheft stehen

	Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kind fand	**eine** Zerlegung					X					
	zwei Zerlegungen				X						
	drei Zerlegungen	X	X	X			X	X			
	falsche Zerlegung										
	keine Zerlegung										
	Sonstiges		1x Tausch		1x Tausch	3x gleich					

Schulkindergarten 1:

1. Protokollbogen.....(Aufgaben 1 und 4)

Namen	K2. 5;11 m	I. 6;3 m	J1. 5;5 m							
Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Aufgabe 1 (Zahlwortreihe)
Bitte nur die Kinder ankreuzen, die unsicher sind! (Protokollant)

Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a)	X	bis 12	bis 11							
b)	X	X								
c)	X	X	X							

Aufgabe 4 (Nachlegen von Punktebildern)

Richtige Lösungen ankreuzen. **Fehlerhaft gelegte** Lösungen beim Herumgehen schnell im Protokollbogen **skizzieren** (Farben beachten!).

	Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bei-spiel-auf-gabe (Bus)	richtig		X								
	fehlerhaft	–		b b b b r							
4.1 	richtig		X								
	fehlerhaft	–		–							
4.2 	richtig		X								
	fehlerhaft	–		–							
4.3 	richtig		X								
	fehlerhaft	–		r r b r b ohne Zeichnung							
4.4 	richtig										
	fehlerhaft	–	b b b r	–							

2. Protokollbogen (Aufgaben 2 und 3)

Namen	K2. 5;11 m	I. 6;3 m	J1. 5;5 m							
Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Aufgabe 2 (Zahlerfassung im Blitzblick)
Die Protokollierung erfolgt später, da die Lösungen im Schülerheft stehen.
Bitte nur die **Felder mit falschen Lösungen** ankreuzen !

Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	–	X								
	–									
	–									
	–									
	–									
	–									

Aufgabe 3 - (Zerlegen der Anzahl 6)
Die Auswertung erfolgt später, da die Lösungen im Schülerheft stehen

	Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kind fand	**eine** Zerlegung										
	zwei Zerlegungen		X	X							
	drei Zerlegungen										
	falsche Zerlegung			X							
	keine Zerlegung	X									
	Sonstiges										

Schulkindergarten 2:

1. Protokollbogen.....(Aufgaben 1 und 4)

Namen	D. 6;2 m	J2. 5;5 w	M2. 6;3 m							
Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Aufgabe 1 (Zahlwortreihe)

Bitte nur die Kinder ankreuzen, die unsicher sind! (Protokollant)

Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a)	bis 30	bis 5	bis 40							
b)		X								
c)		X								

Aufgabe 4 (Nachlegen von Punktebildern)

Richtige Lösungen ankreuzen. **Fehlerhaft gelegte** Lösungen beim Herumgehen schnell im Protokollbogen **skizzieren** (Farben beachten!).

	Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Beispielaufgabe (Bus)	richtig			(x) Hilfe							
	fehlerhaft	o o o o	b b b b b r								
4.1	richtig			X							
	fehlerhaft	o o o o o o	r b r b r b r b r b								
4.2	richtig			X							
	fehlerhaft	o o o o o o o o	r b r b r b r b r b								
4.3	richtig			X							
	fehlerhaft	o o o o o o o o	b r b r b r b r b r								
4.4	richtig			X							
	fehlerhaft	o o o o o o o o o	r b b b b b								

→ nennt Anzahl u. versinkt in seiner Welt
→ legt nicht, zeichnet schwarz / weiß

2. Protokollbogen (Aufgaben 2 und 3)

Namen	D. 6;2 m	J2. 5;5 w	M2. 6;3 m							
Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Aufgabe 2 (Zahlerfassung im Blitzblick)

Die Protokollierung erfolgt später, da die Lösungen im Schülerheft stehen.
Bitte nur die **Felder mit falschen Lösungen** ankreuzen !

Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6		X								
5		X								
5		X	X länger							
6		X	X							
4		X								
7		X	X							

→ gezählt, länger als 1 Sek.

Aufgabe 3 - (Zerlegen der Anzahl 6)

Die Auswertung erfolgt später, da die Lösungen im Schülerheft stehen

	Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kind fand	**eine** Zerlegung		X mit Mater.								
	zwei Zerlegungen										
	drei Zerlegungen	X		X							
	falsche Zerlegung										
	keine Zerlegung										
	Sonstiges										

Schulkindergarten 3:

1. Protokollbogen.....(Aufgaben 1 und 4)

Namen	M1. 5;11 m.	K1. 6;6 m.	R2. 6;2 m.							
Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Aufgabe 1 (Zahlwortreihe)
Bitte nur die Kinder ankreuzen, die unsicher sind! (Protokollant)

Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a)	1,2,8,4		bis ~~10~~ 11							
b)	X									
c)	X		X							

Aufgabe 4 (Nachlegen von Punktebildern)
Richtige Lösungen ankreuzen. **Fehlerhaft gelegte** Lösungen beim Herumgehen schnell im Protokollbogen **skizzieren** (Farben beachten!).

	Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bei-spiel-auf-gabe (Bus)	richtig										
	fehlerhaft	b	b b b b	r b b b							
4.1	richtig										
	fehlerhaft	b b	r r r r r r	b b b r r r							
4.2	richtig		X								
	fehlerhaft	b		–							
4.3	richtig		X								
	fehlerhaft	b b b		–							
4.4	richtig										
	fehlerhaft	b r r b	r r r b b	–							

abgebrochen

2. Protokollbogen (Aufgaben 2 und 3)

Namen	M1. 5;11 m.	K1. 6;6 m.	R2. 6;2 m.							
Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Aufgabe 2 (Zahlerfassung im Blitzblick)
Die Protokollierung erfolgt später, da die Lösungen im Schülerheft stehen.
Bitte nur die **Felder mit falschen Lösungen** ankreuzen !

Namen	1 abzählen	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	X									
5	X	X 7	X 4							
5	X	X 2x zeigen	X 4							
6	X	X 7								
4	X		X 3							
7	X	X 6	X 9							

Aufgabe 3 - (Zerlegen der Anzahl 6)
Die Auswertung erfolgt später, da die Lösungen im Schülerheft stehen

	Namen	1 mit 4	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kind fand	**eine** Zerlegung	X									
	zwei Zerlegungen		X								
	drei Zerlegungen			X mit Mat.							
	falsche Zerlegung		X								
	keine Zerlegung										
	Sonstiges										

Schulkindergarten 4:

1. Protokollbogen.....(Aufgaben 1 und 4)

Namen	C3.6;0 m	E. 6;5 w	F2.5;7 m							
Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Aufgabe 1 (Zahlwortreihe)

Bitte nur die Kinder ankreuzen, die unsicher sind! (Protokollant)

Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a)	bis 100	bis 15								
b)		X	zählt X							
c)		x	X							

Aufgabe 4 (Nachlegen von Punktebildern)

Richtige Lösungen ankreuzen. **Fehlerhaft gelegte** Lösungen beim Herumgehen schnell im Protokollbogen **skizzieren** (Farben beachten!).

	Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bei-spiel-auf-gabe (Bus)	richtig	X	X	X							
	fehlerhaft										
4.1	richtig	X	X								
	fehlerhaft			r b r b r b r b							
4.2	richtig	X		X							
	fehlerhaft		bb bb r								
4.3	richtig	x	X	X							
	fehlerhaft										
4.4	richtig	X	X								
	fehlerhaft			bbbbbr							

2. Protokollbogen (Aufgaben 2 und 3)

Namen	C3.6;0 m	E. 6;5 w	F2.5;7 m							
Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Aufgabe 2 (Zahlerfassung im Blitzblick)

Die Protokollierung erfolgt später, da die Lösungen im Schülerheft stehen.
Bitte nur die **Felder mit falschen Lösungen** ankreuzen !

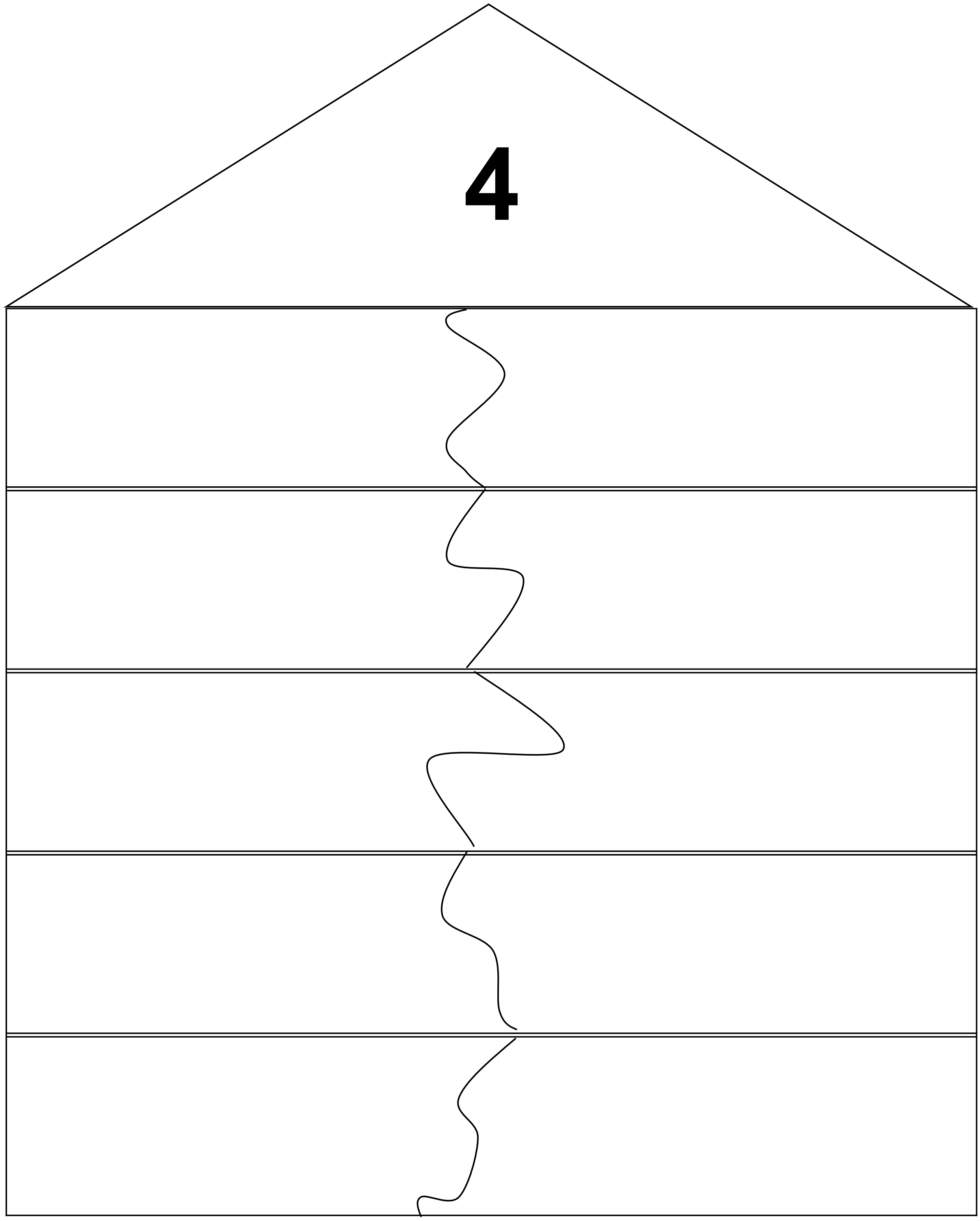
Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		X 2x zeigen	X 8							
			X 6							
		X 9								
		X 9								
		X 8	X 8							

Aufgabe 3 - (Zerlegen der Anzahl 6)

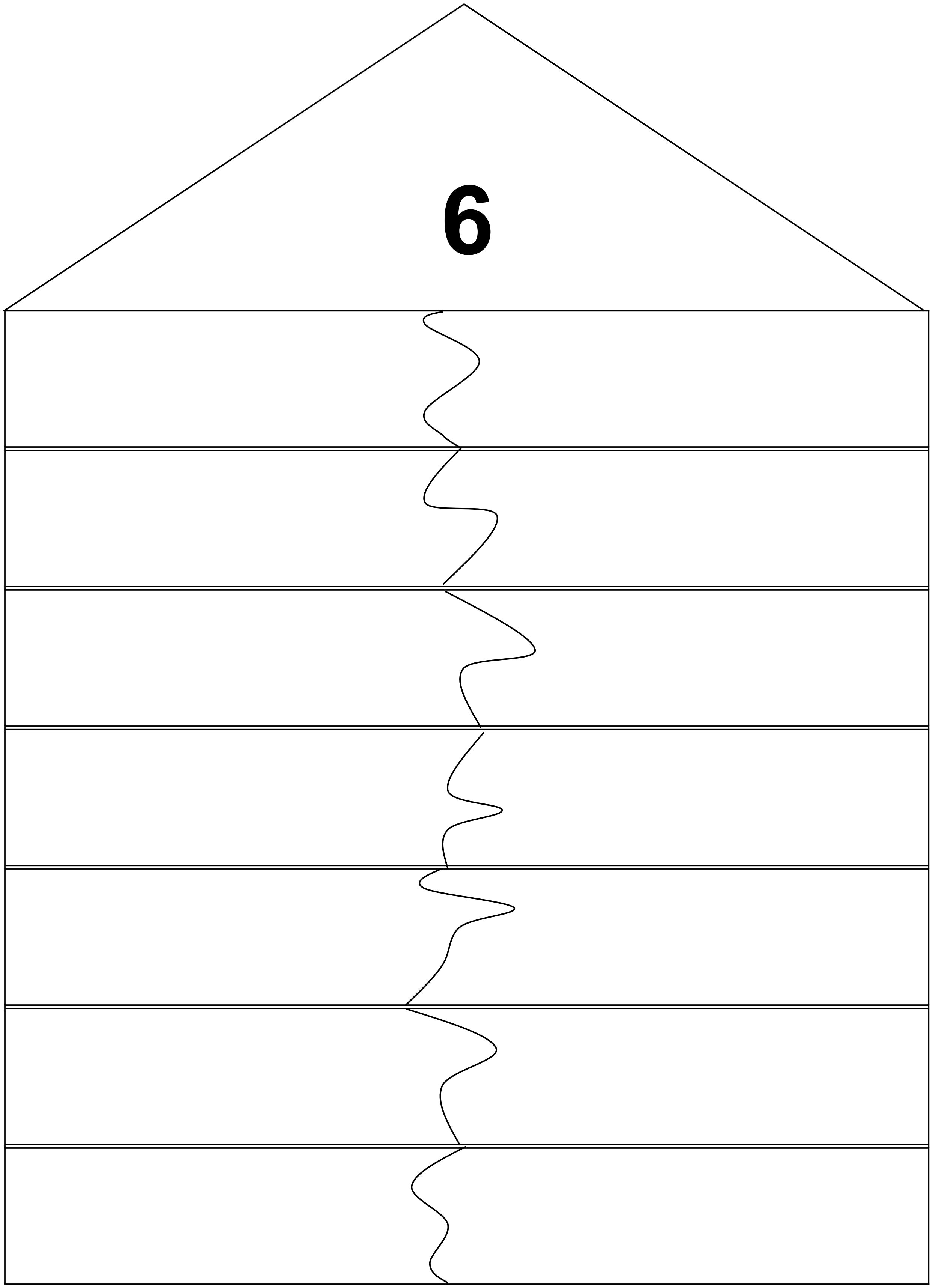
Die Auswertung erfolgt später, da die Lösungen im Schülerheft stehen

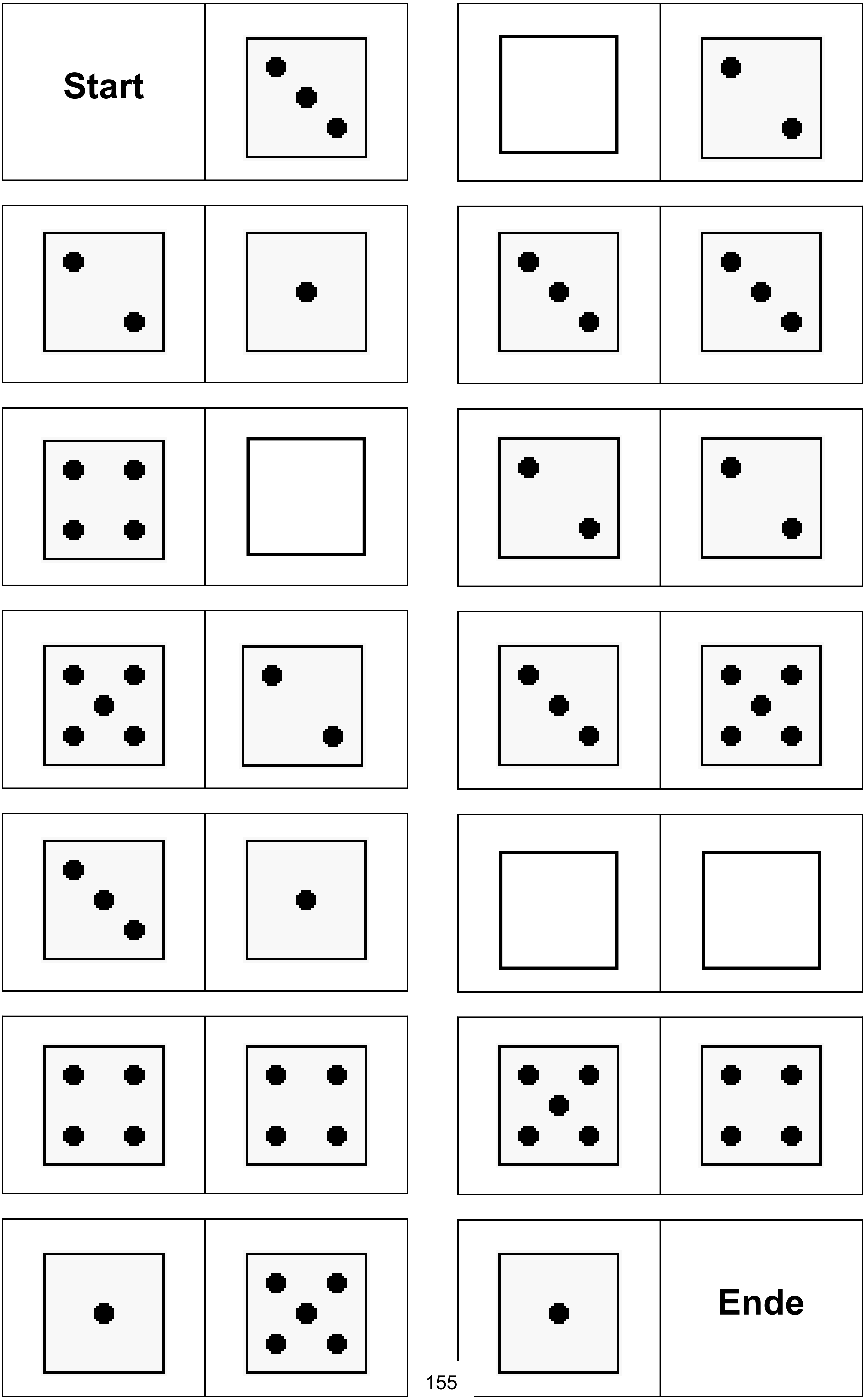
	Namen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kind fand	**eine** Zerlegung										
	zwei Zerlegungen		X	X							
	drei Zerlegungen	X									
	falsche Zerlegung										
	keine Zerlegung										
	Sonstiges										

Zerlegungshaus der……….

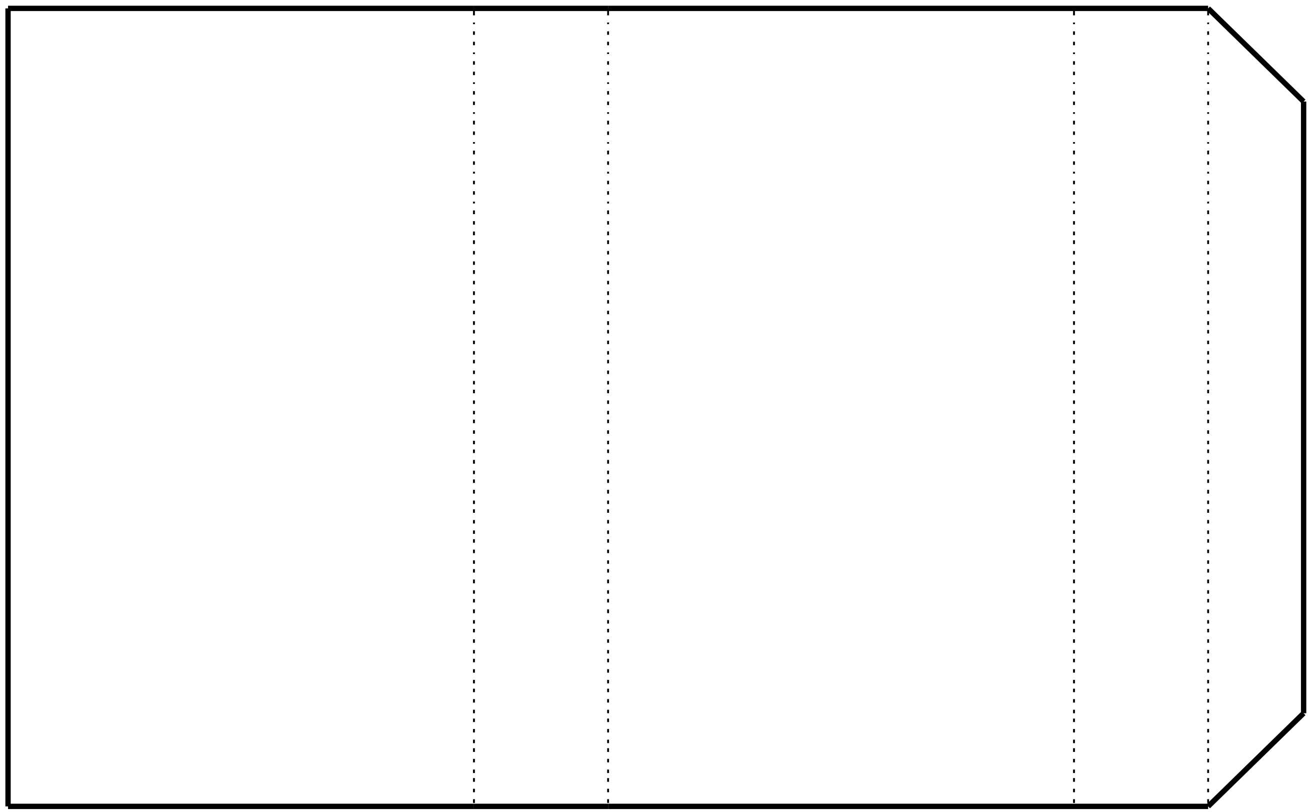


Zerlegungshaus der………




Start
Ende

Schüttelbox Teil 1



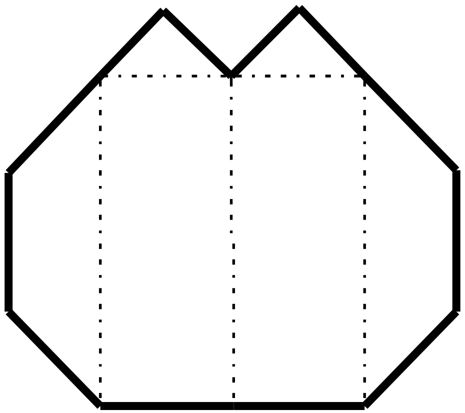
Anleitung:

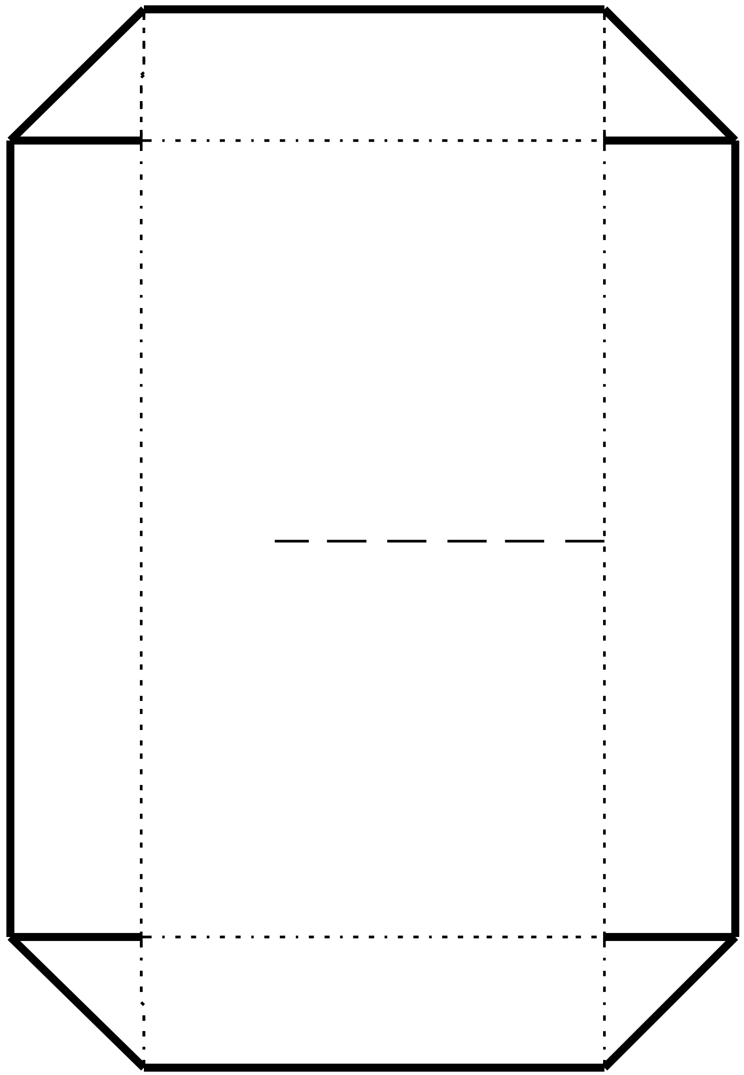
- Vorlage auf dünnen Karton übertragen
- An den dicken Linien ausschneiden
- An den gestrichelten Linien falten
- Die Klebeflächen mit Klebstoff bestreichen und fixieren
- Vor Gebrauch gut trocknen lassen

Schüttelbox Teil 2

Erklärung:

Untenstehendes Teil der Schüttelbox ist die Abtrennung der beiden *‚Räumen'* und gehört auf die grob gestrichelte Linie im Boden der Schüttelbox (rechts)





Zerlegungstabelle zur Zahl……………

Punktehaus der……..

4

Punktehaus der……..

5

Punktehaus der……..

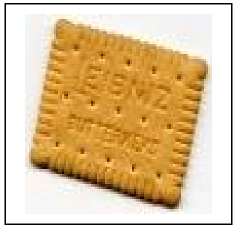
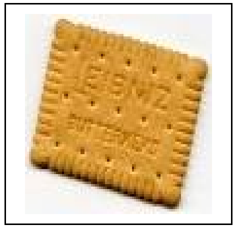
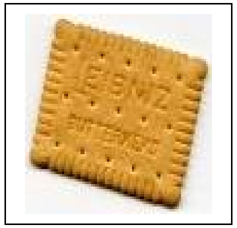
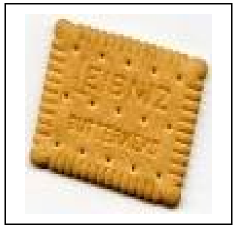
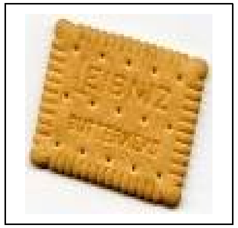
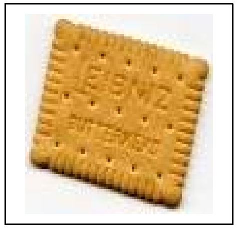
6

Bilder für Verteilsituationen

→ Bilder einzeln ausschneiden und laminieren (ggf. auf DIN-A3 vergrößern)





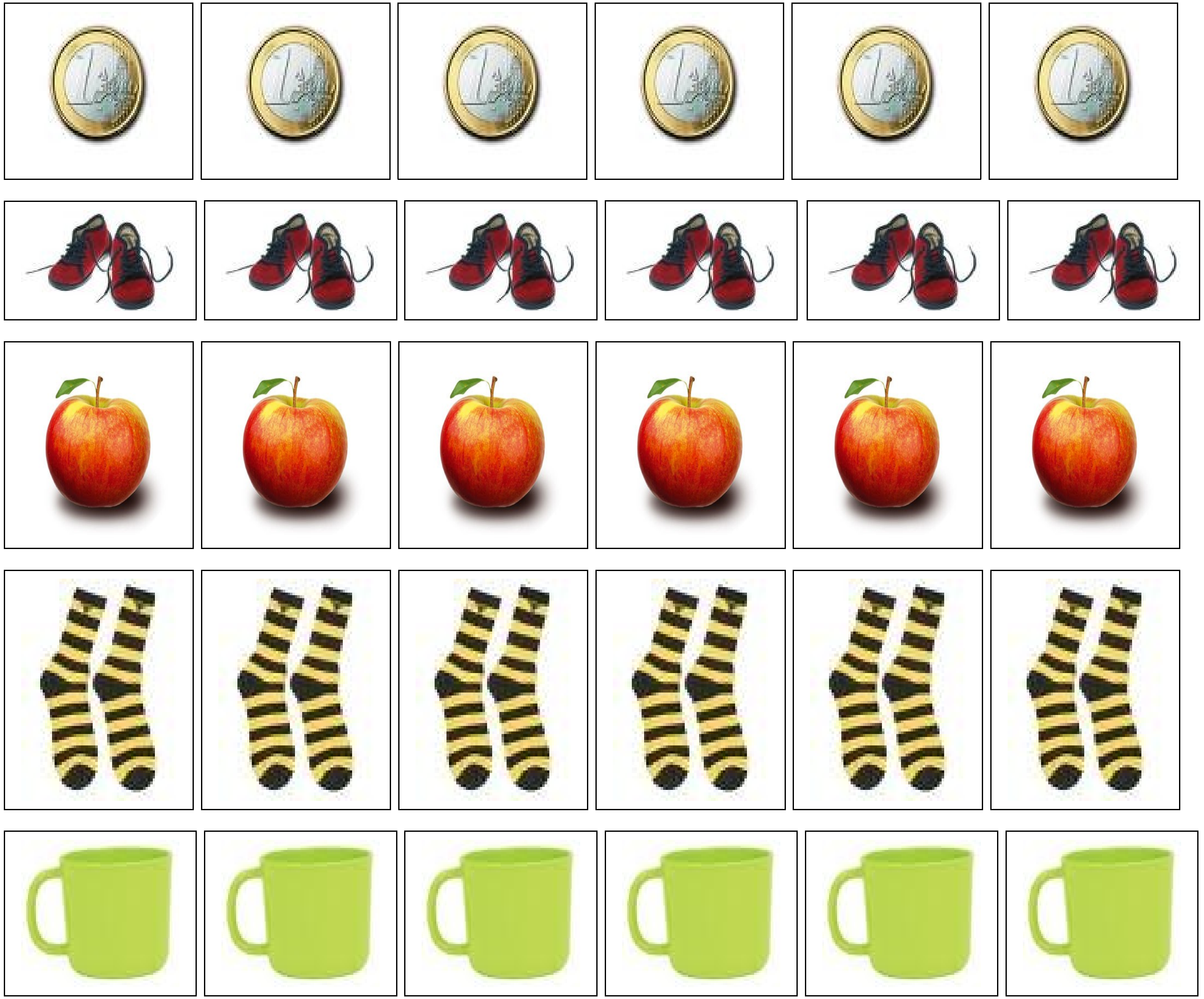


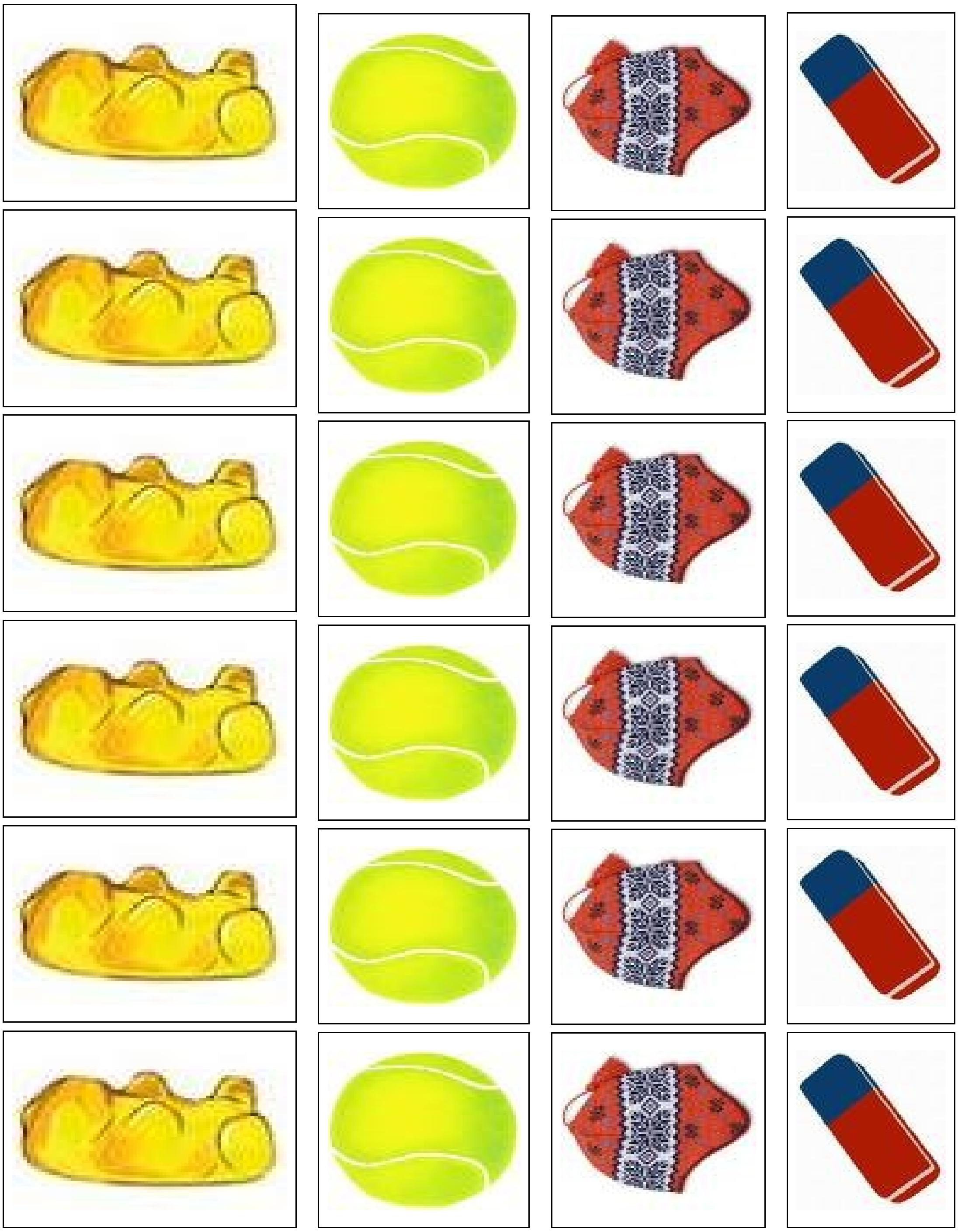




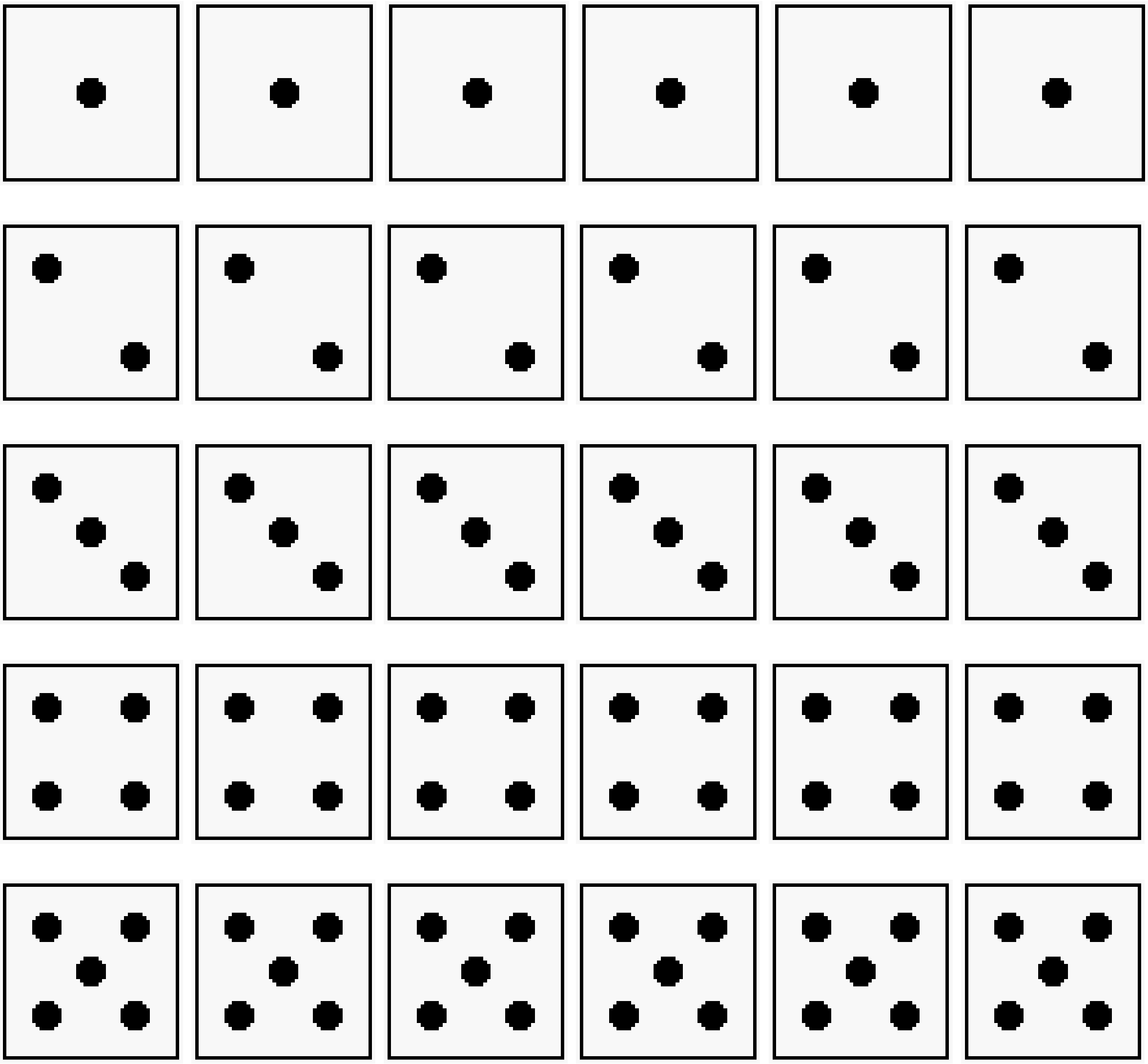


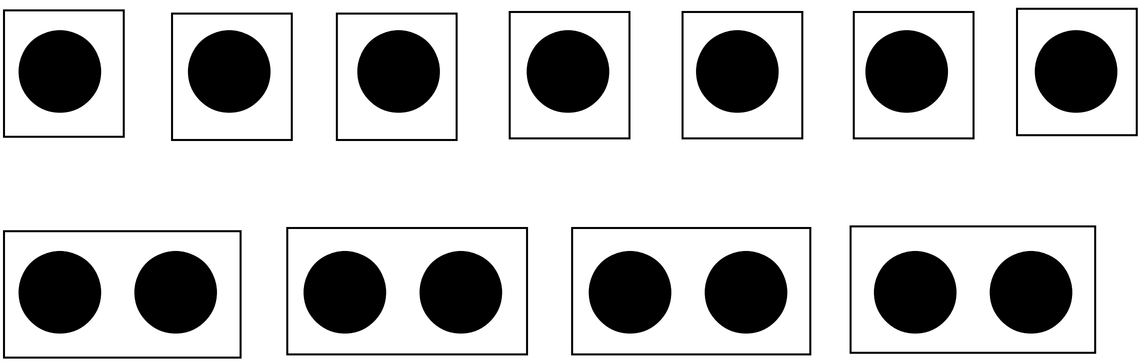


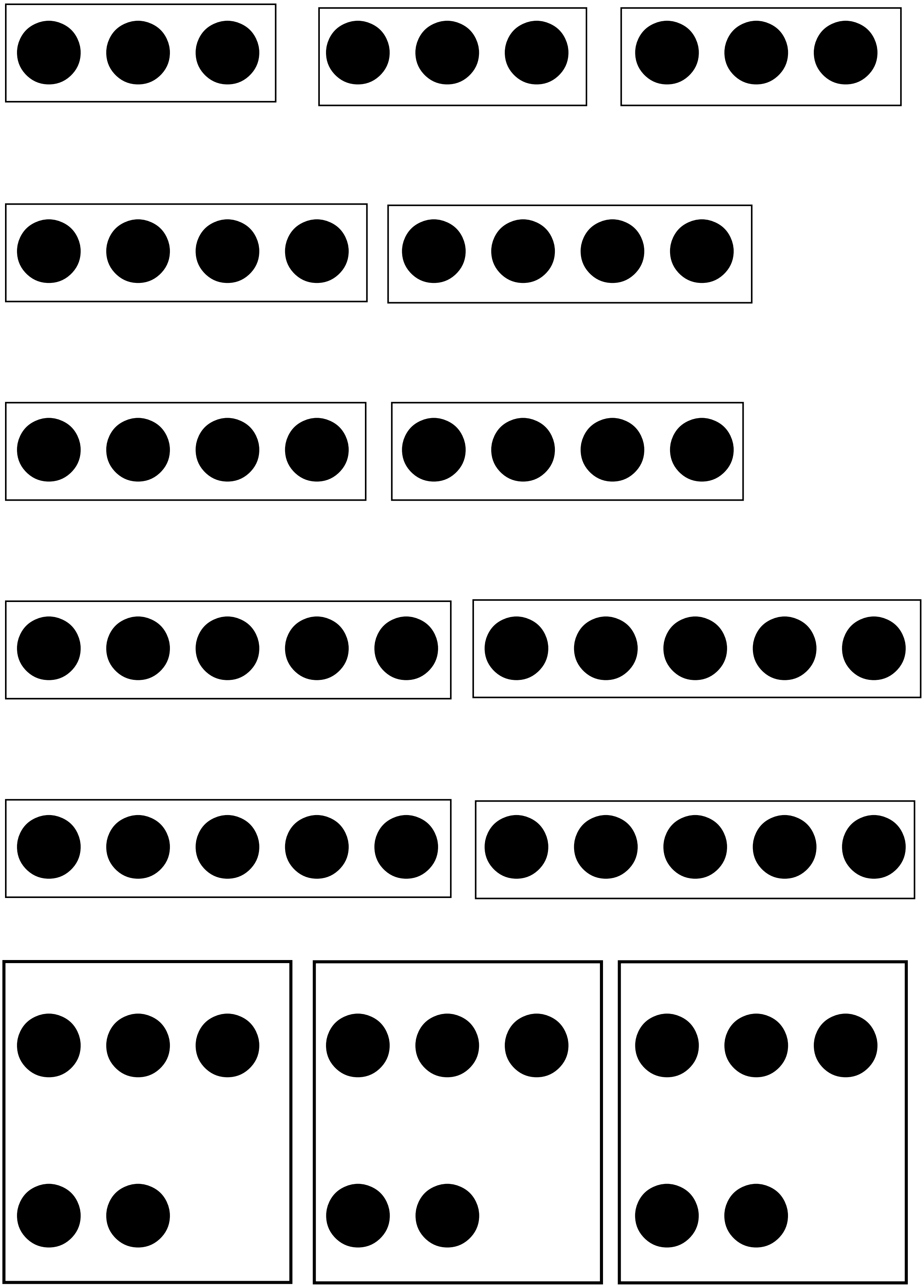




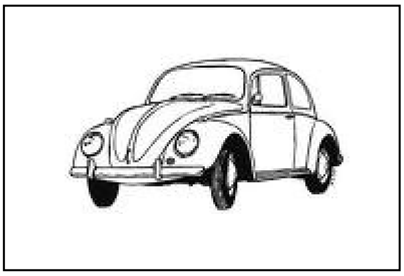
Würfel- und Punktebilder (1-5):

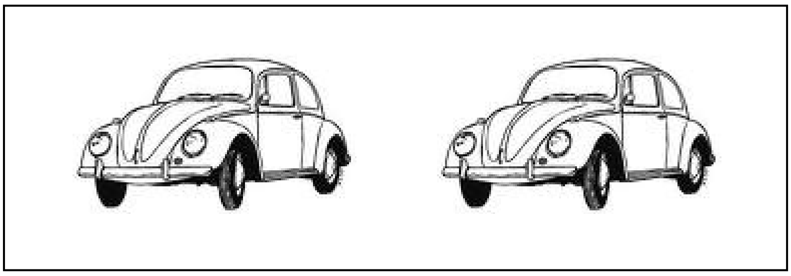


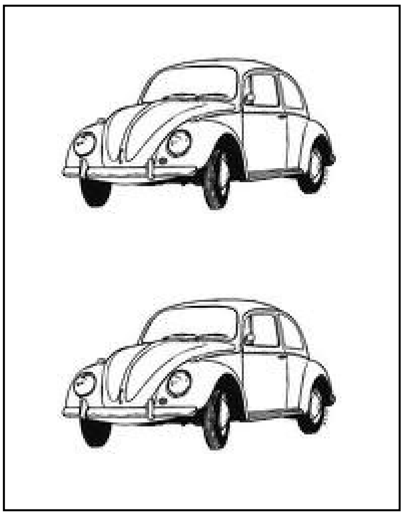


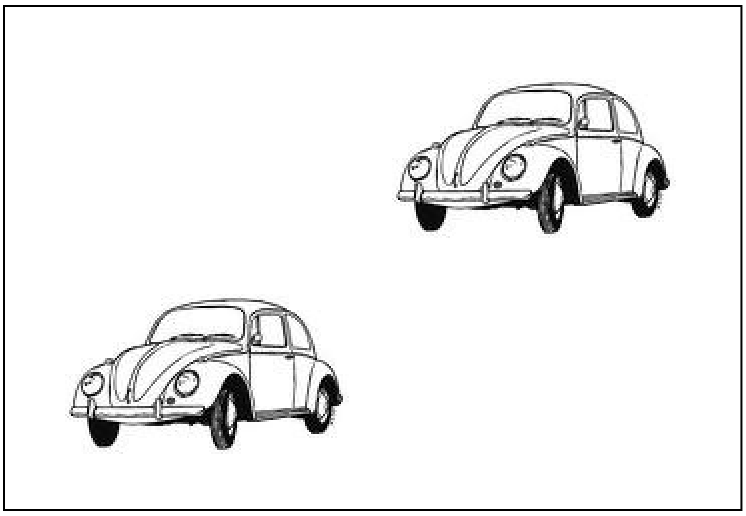


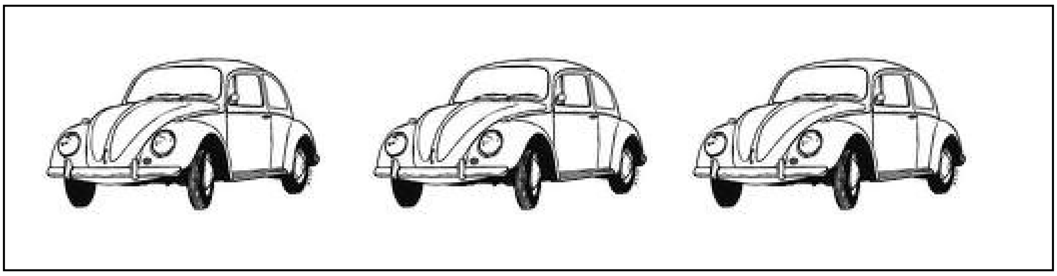
Strukturierte Autobilder:

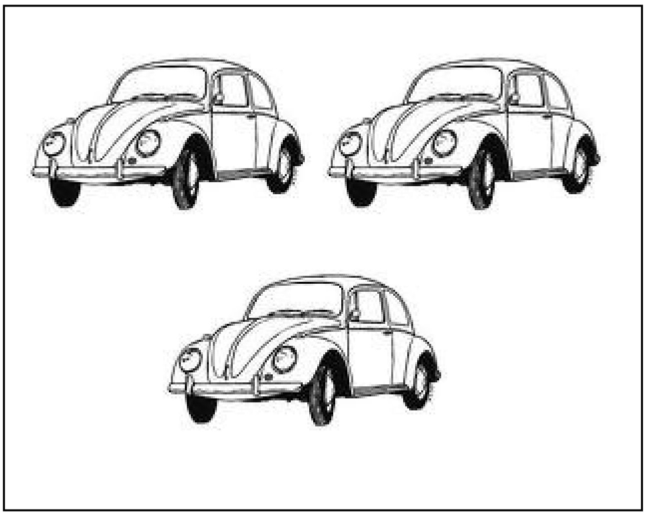


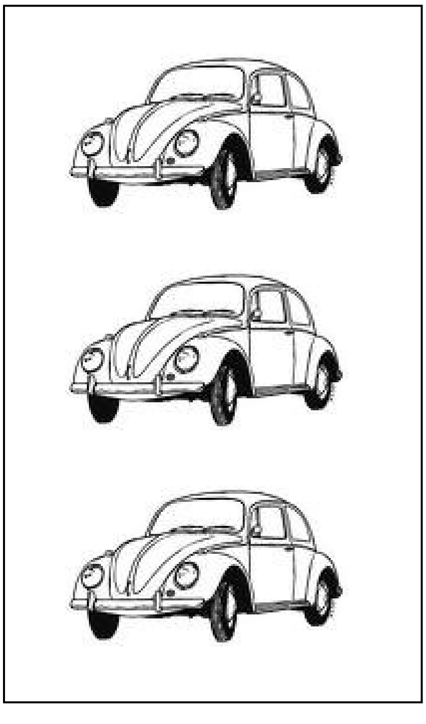


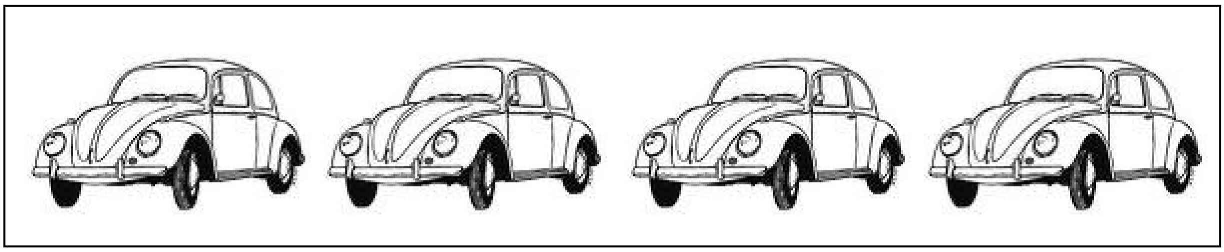


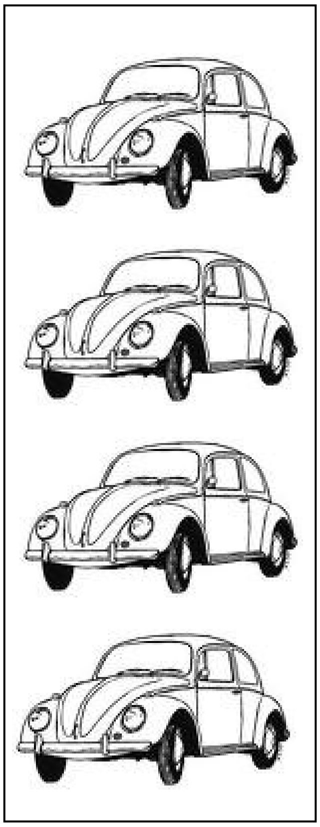


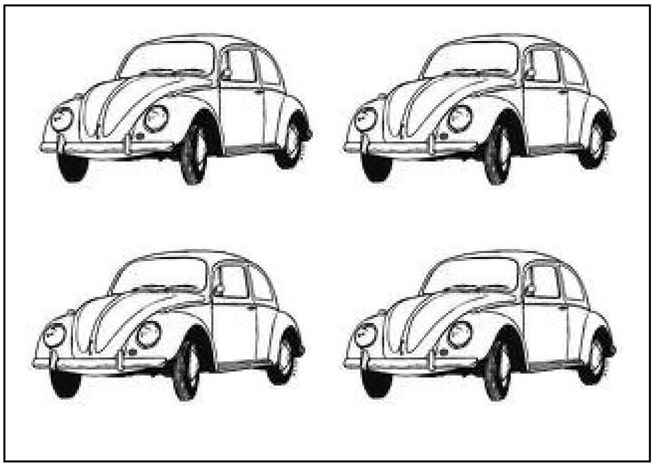


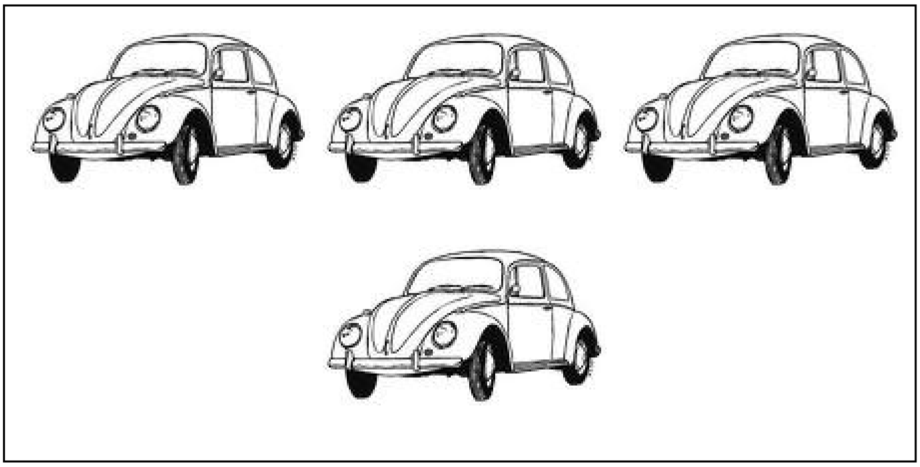


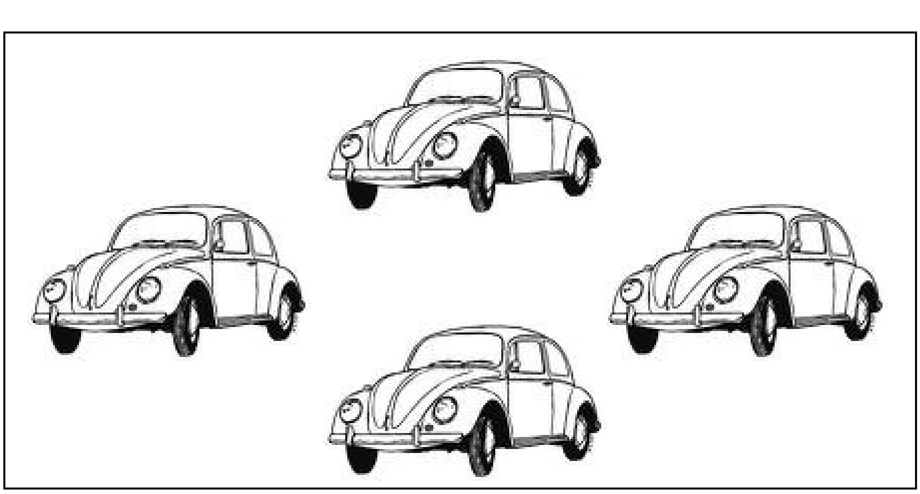




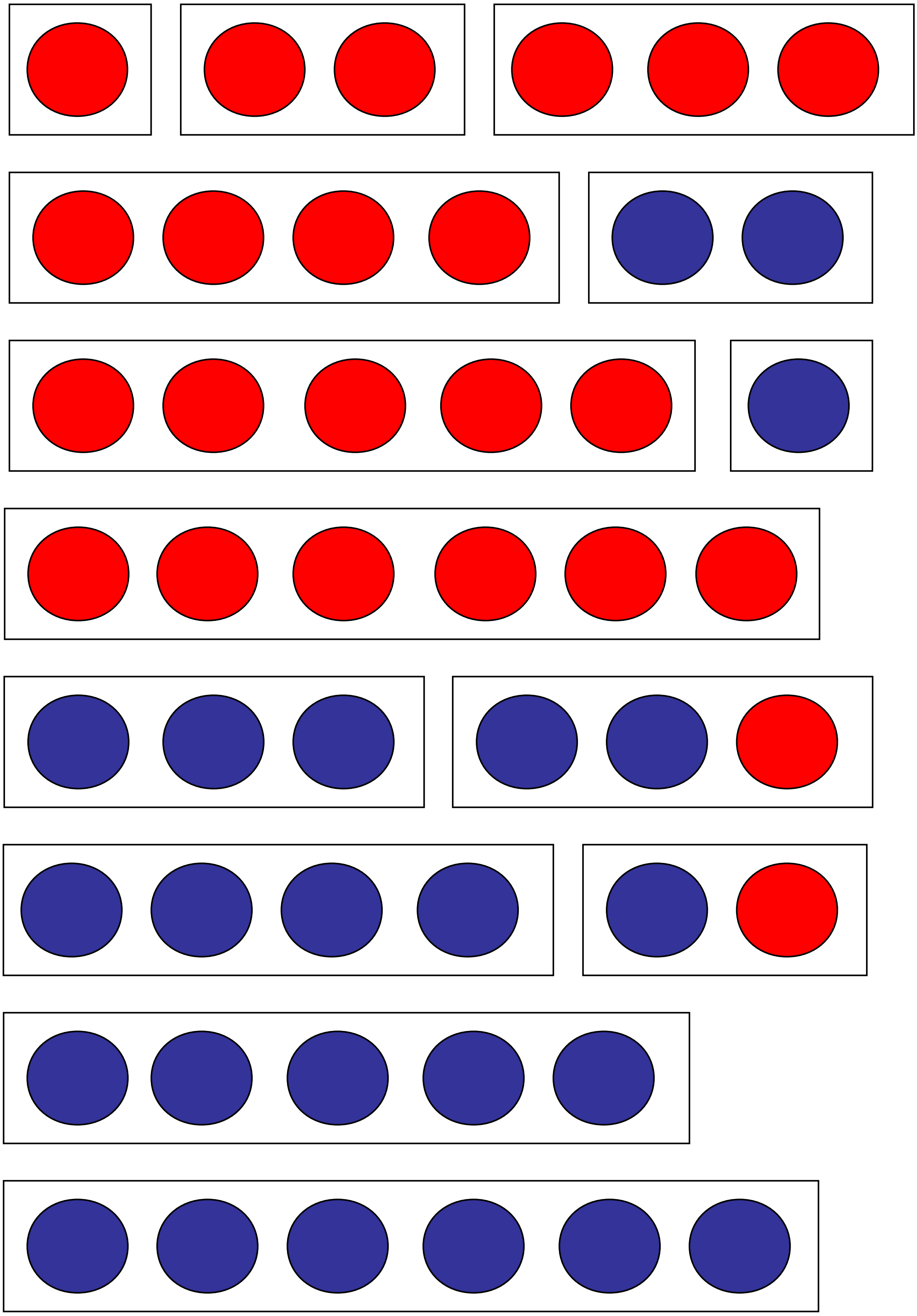


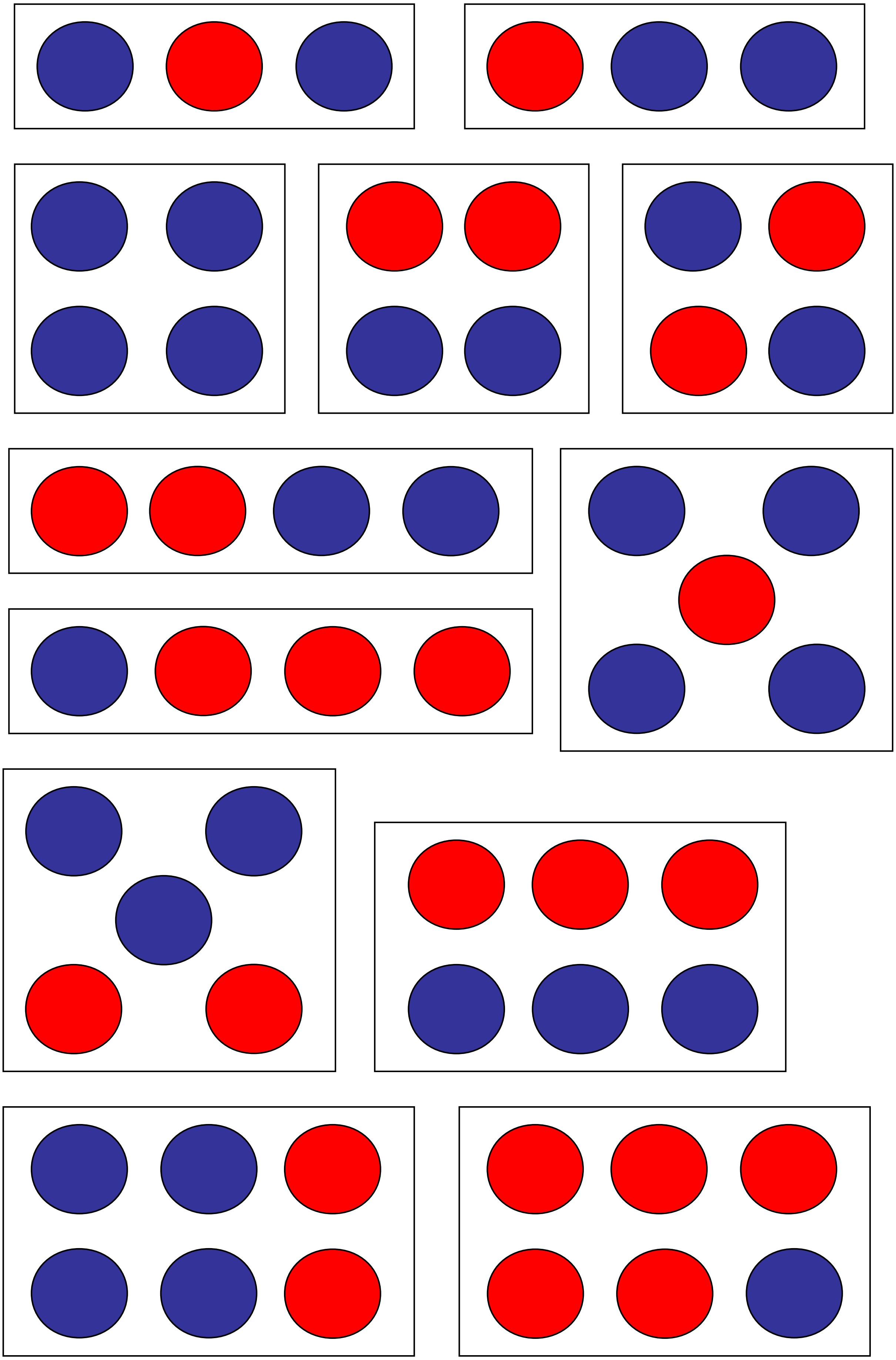


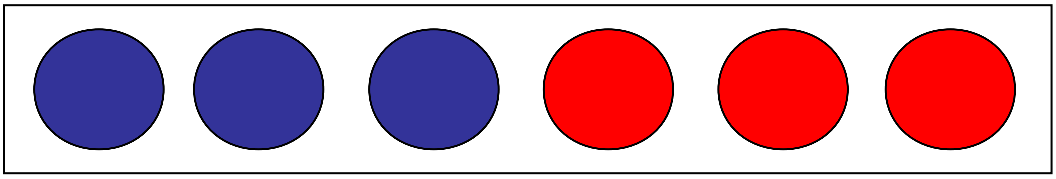


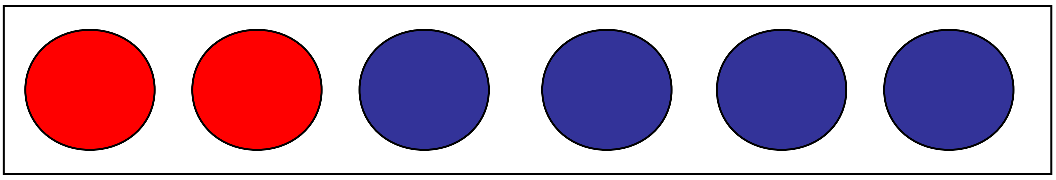


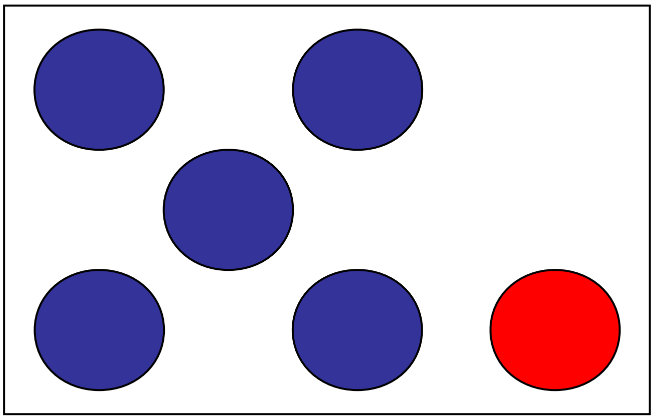
Ein- und zweifarbige Punktebilder
Ausgewählte Punktebilder ausschneiden und jeweils auf ein DIN-A5-Blatt kleben











10. Versicherung

Hiermit versichere ich, dass die vorliegende Arbeit von mir selbstständig angefertigt, nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt und alle Stellen, die dem Wortlaut oder dem Sinne nach anderen Werken, gegebenenfalls auch elektronischen Medien, entnommen sind, durch Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht wurden. Entlehnungen aus dem Internet sind durch einen datierten Ausdruck belegt.

Reutlingen, den 01.08.2011 ______________________________

Name